

De Theorie van Alles in de fysica

Praktisch niets van miskenning

Hendrik Van Maldeghem

Gent, 1 maart, 2016

Onderzoek binnen de faculteit Wetenschappen

Achtergrond

“An Exceptionally Simple Theory of Everything”

(Antony Gerrett Lisi, 2007, preprint on arXive)

“There is no Theory of Everything inside E_8 ”

(Jacques Distler & Skip Garibaldi, 2009, Comm.Math.Phys)

“An explicit embedding of gravity and the standard model in E_8 .” (Antony Gerrett Lisi, 2009, Conf. Proc)

“Quantum criticality in an Ising chain: experimental evidence for emerging E_8 symmetry” (Coldes, Tennant, Wheller, Wawrzynska, Prabhakaran, Telling, Habicht, Smibidl, Kiefer, 2010, Science 327)

Achtergrond

“An **Exceptionally Simple** Theory of Everything”

(Antony Gerrett Lisi, 2007, preprint on arXive)

“There is no Theory of Everything inside **E_8** ”

(Jacques Distler & Skip Garibaldi, 2009, Comm.Math.Phys)

“An explicit embedding of gravity and the standard model in **E_8** .” (Antony Gerrett Lisi, 2009, Conf. Proc)

“Quantum criticality in an Ising chain: experimental evidence for emerging **E_8 symmetry**” (Coldes, Tennant, Wheller, Wawrzynska, Prabhakaran, Telling, Habicht, Smibidl, Kiefer, 2010, Science 327)

en meer

De eis dat de fundamentele bewegingsvergelijkingen **invariant** zijn onder bepaalde (**lokale**) **transformaties** introduceert en bepaalt **krachten**. Het gebruik van een **gemeenschappelijk** stel (**lokale**) **transformaties** kan mogelijk een **ToE** opleveren welke een geunifieerde beschrijving geeft van de vier fundamentele **natuurkrachten**:

- Gravitatie
- Electromagnetisme
- Sterke kracht (cf. binding van de nucleonen in de kern)
- Zwakke kracht (cf. beta-verval)

De Theorie van Alles in de fysica

Praktisch niets van miskenning

Hendrik Van Maldeghem

Gent, 1 maart, 2016

Onderzoek binnen de faculteit Wetenschappen

Praktisch niets dan wiskunde

DE THEORIE VAN ALLES IN DE FYSICA

Hendrik Van Maldeghem

Gent, 1 maart, 2016

Onderzoek binnen de faculteit Wetenschappen

Praktisch niets dan wiskunde

Hendrik Van Maldeghem

Gent, 1 maart, 2016

Onderzoek binnen de faculteit Wetenschappen

Wat precies is E_8 ?

Wat precies is E_8 ?

E_8 (wiskunde)

In de **groepentheorie**, een deelgebied van de **wiskunde**, staat E_8 voor een aantal verschillende, nauw verwante **uitzonderlijke enkelvoudige Lie-groepen**, lineaire **algebraïsche groepen** van **Lie-algebra's** van **dimensie 248**; dezelfde notatie wordt gebruikt voor het corresponderende **wortelrooster** dat **rang 8** heeft.

De aanduiding E_8 is afkomstig van de **Cartan-Killing-classificatie** van complexe **enkelvoudige Lie-algebras**. Deze worden onderverdeeld in vier **oneindige reeksen** die achtereenvolgens A_n , B_n , C_n , D_n worden genoemd en **vijf uitzonderlijke gevallen**, die E_6 , E_7 , E_8 , F_4 en G_2 worden gelabeld.

De E_8 -algebra is de grootste- en de meest gecompliceerde van deze uitzonderlijke gevallen.

Wat precies is E_8 ?

De Weyl-groep E_8

Wat precies is E_8 ?

De Weyl-groep E_8

De Lie-algebra E_8

Wat precies is E_8 ?

De Weyl-groep E_8

De Lie-algebra E_8

De Lie-groep E_8

Wat precies is E_8 ?

De Weyl-groep E_8

De Lie-algebra E_8

De Lie-groep E_8

Het wortelsysteem E_8

Wat precies is E_8 ?

De Weyl-groep E_8

De Lie-algebra E_8

De Lie-groep E_8

Het wortelsysteem E_8

De spiegelingsgroep E_8

Wat precies is E_8 ?

De Weyl-groep E_8

De Lie-algebra E_8

De Lie-groep E_8

Het wortelsysteem E_8

De spiegelingsgroep E_8

Meetkunde van type E_8

Wat precies is E_8 ?

De Weyl-groep E_8

De Lie-algebra E_8

De Lie-groep E_8

Het wortelsysteem E_8

De spiegelingsgroep E_8

Meetkunde van type E_8

Gebouwen van type E_8

Reële vormen van E_8 :

$$E_8(-248)$$

$$E_8(8)$$

$$E_8(-24)$$

$$E_8(-132)$$

$$E_8(-90)$$

$$E_8(-76)$$

$$E_8(-64)$$

Reële vormen van E_8 :

$$E_8(-248)$$

$$E_8(8)$$

ToE



$$E_8(-24)$$

$$E_8(-132)$$

$$E_8(-90)$$

$$E_8(-76)$$

$$E_8(-64)$$

Reële vormen van E_8 :

ToE



$E_8(-24)$

$E_8(8)$

$E_8(-248)$



Ising
model

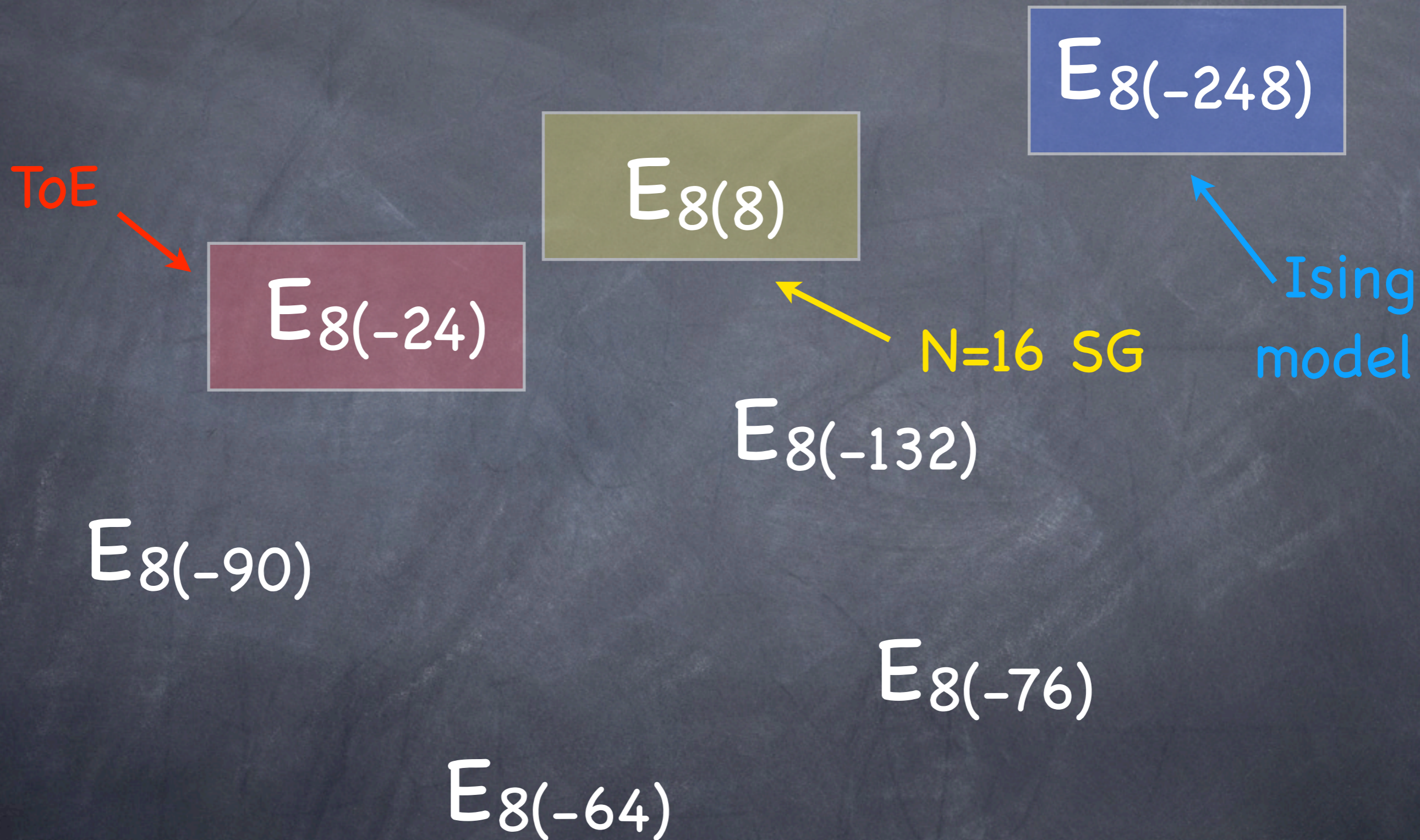
$E_8(-132)$

$E_8(-90)$

$E_8(-76)$

$E_8(-64)$

Reële vormen van E_8 :



Wat precies is E_8 ?

- Moeilijkheid: terminologie

Voorbeelden:

Lie-algebra vs. Lie-groep

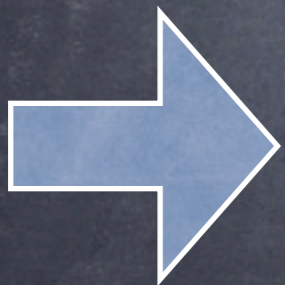
$E_8(-24)$ = "quaternionic group"

Doel van deze uiteenzetting:

Een idee geven van enkele gedaantes van E_8
. . . vanuit mijn eigen onderzoek

Doel van deze uiteenzetting:

Een idee geven van enkele gedaantes van E_8
... vanuit mijn eigen onderzoek



MEETKUNDIG

Doel van deze uiteenzetting:

Een idee geven van enkele gedaantes van E_8
... vanuit mijn eigen onderzoek



MEETKUNDIG

~~ALGEBRAÏSCH~~

Doel van deze uiteenzetting:

Een idee geven van enkele gedaantes van E_8
... vanuit mijn eigen onderzoek



MEETKUNDIG

~~ALGEBRAÏSCH~~

(Jordan algebra's,
Clifford algebra's)

Spiegelingsgroepen

Spiegelingsgroepen

een groep spiegels

. . . die aan bepaalde voorwaarden voldoen

Spiegelingsgroepen

een groep spiegels

. . . die aan bepaalde voorwaarden voldoen

(1) Eindig aantal

Spiegelingsgroepen

een groep spiegels

. . . die aan bepaalde voorwaarden voldoen

(1) Eindig aantal

(2) Dubbelzijdige spiegels

Spiegelingsgroepen

een groep spiegels

. . . die aan bepaalde voorwaarden voldoen

(1) Eindig aantal

(2) Dubbelzijdige spiegels

(3) Geen spiegels in elkaars verlengde

Spiegelingsgroepen

een groep spiegels

. . . die aan bepaalde voorwaarden voldoen

(1) Eindig aantal

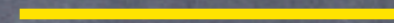
(2) Dubbelzijdige spiegels

(3) Geen spiegels in elkaars verlengde

(4) Het spiegelbeeld van de groep spiegels door elke spiegel is de groep zelf

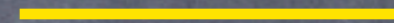
Voorbeelden in het vlak

Eén spiegel: triviaal voorbeeld



Voorbeelden in het vlak

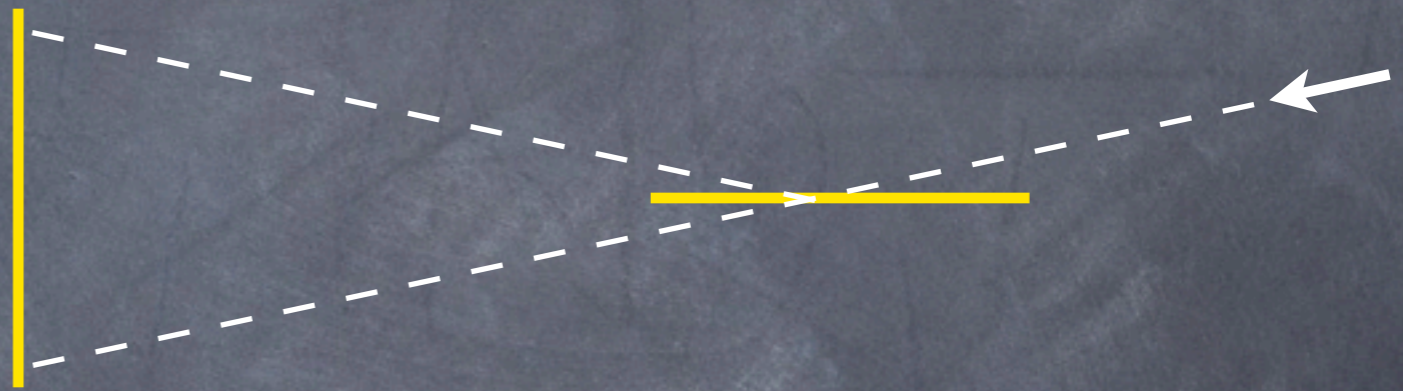
Twee spiegels:



De **tweede** spiegel is spiegelbeeld van zichzelf door de **eerste**

Voorbeelden in het vlak

Twee spiegels:



De **tweede** spiegel is spiegelbeeld van zichzelf door de **eerste**

Moet dus loodrecht op de **eerste** staan en half erboven, half eronder

Voorbeelden in het vlak

Twee spiegels:



Maar de **eerste** spiegel is spiegelbeeld van zichzelf door de **tweede**

Voorbeelden in het vlak

Twee spiegels:

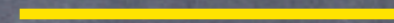


Maar de **eerste** spiegel is spiegelbeeld van zichzelf door de **tweede**

Moet dus loodrecht op de **tweede** staan en half erboven, half eronder

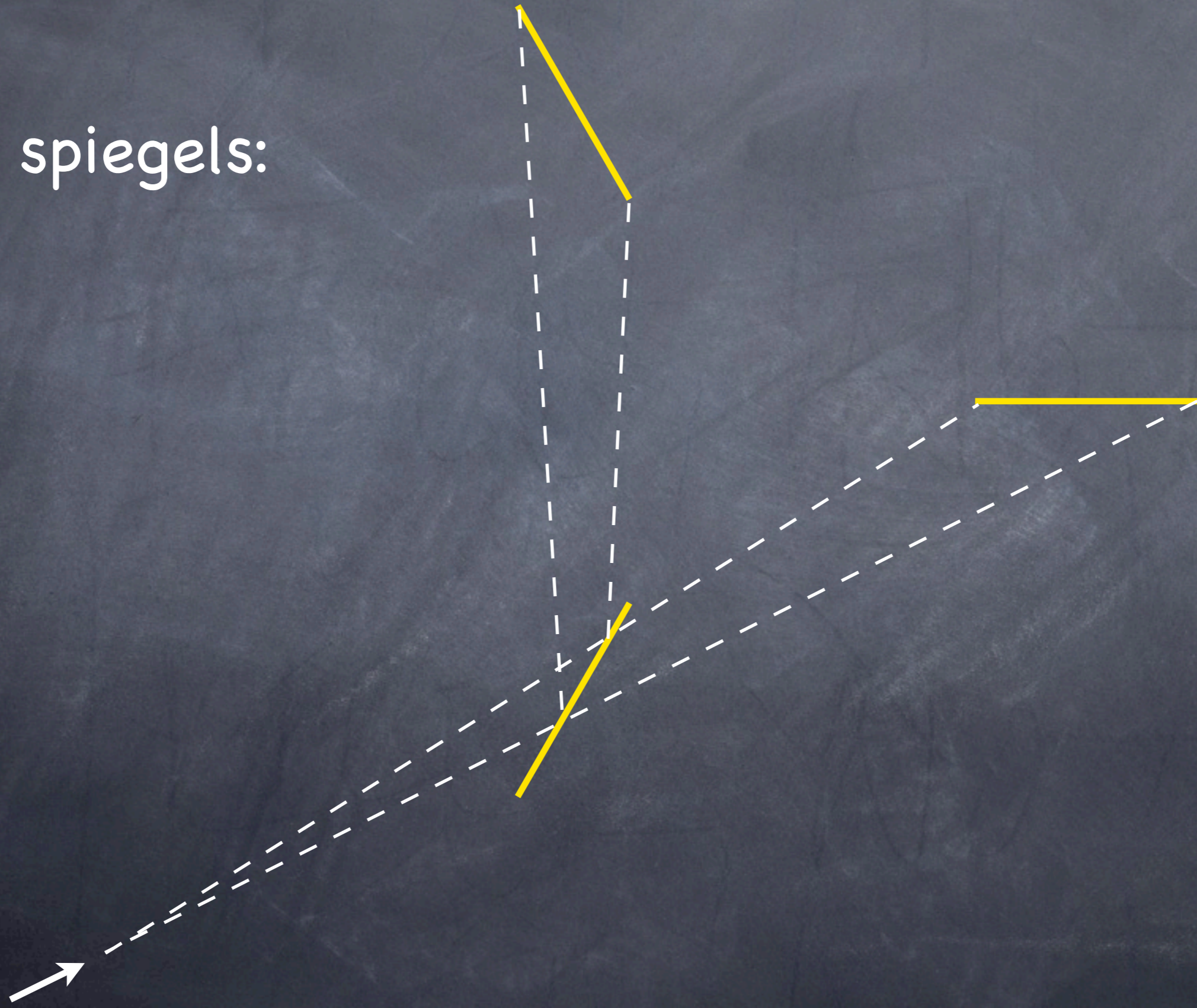
Voorbeelden in het vlak

Drie spiegels:



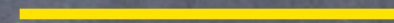
Voorbeelden in het vlak

Drie spiegels:



Voorbeelden in het vlak

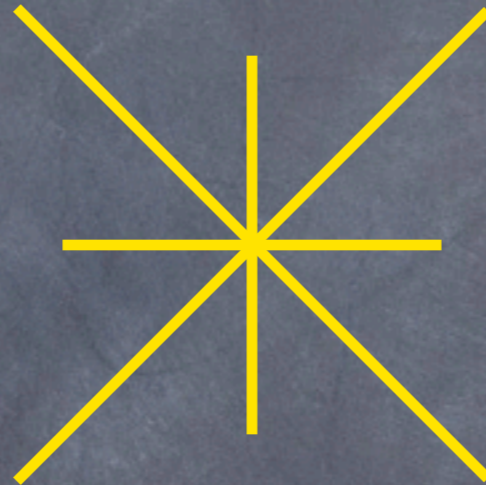
Drie spiegels:



Noodzakelijk even groot!

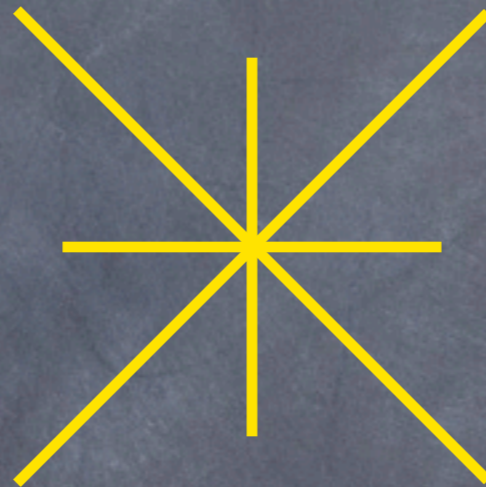
Voorbeelden in het vlak

Vier spiegels:



Voorbeelden in het vlak

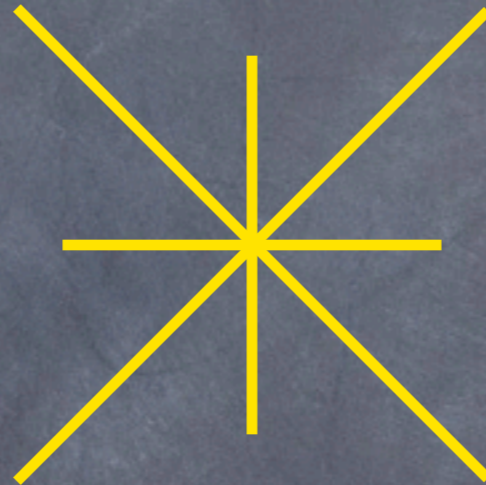
Vier spiegels:



- Alle middelpunten van de spiegels vallen samen

Voorbeelden in het vlak

Vier spiegels:



- Alle middelpunten van de spiegels vallen samen
- Niet noodzakelijk even groot: twee soorten!

Voorbeelden in het vlak

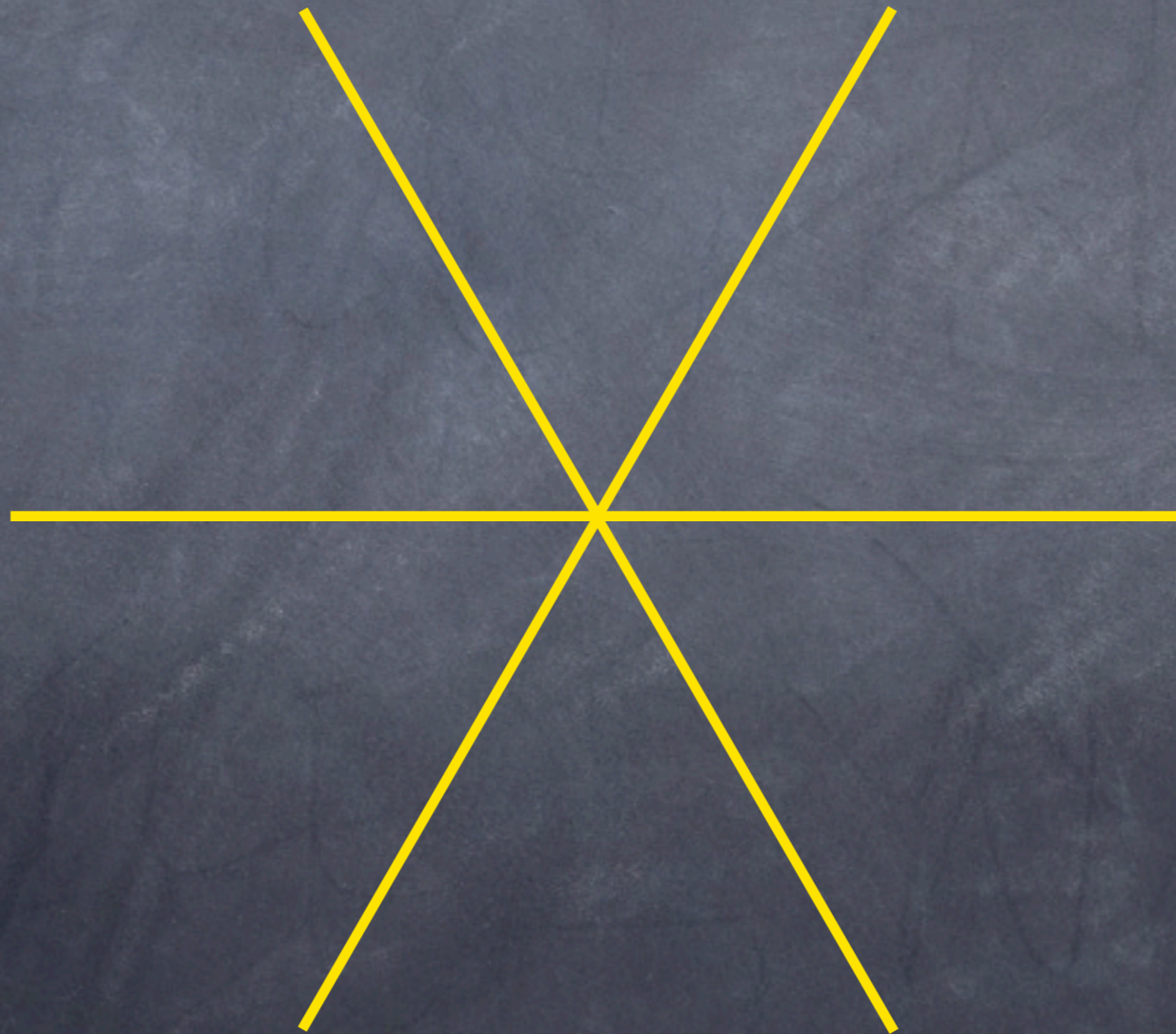
Vier spiegels:



- Alle middelpunten van de spiegels vallen samen
- Niet noodzakelijk even groot: twee soorten!

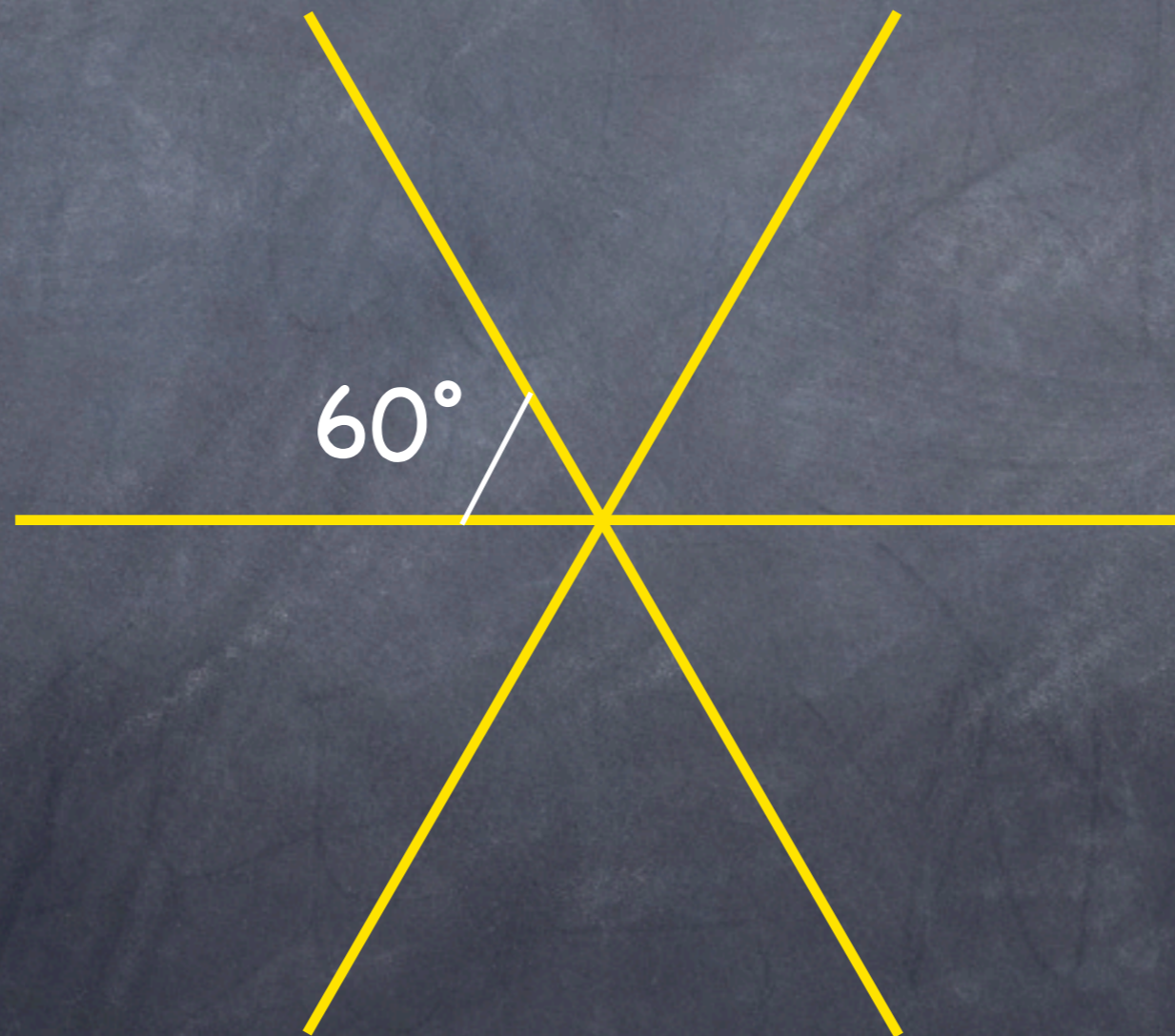
Voorbeelden in het vlak

Dit kan ook voor drie spiegels:



Voorbeelden in het vlak

Dit kan ook voor drie spiegels:



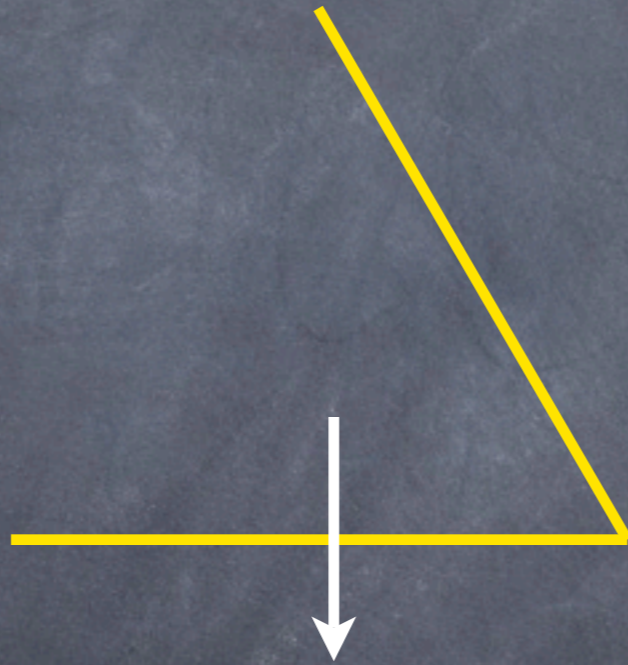
In het vlak

Alle spiegels bepaald door twee halve:



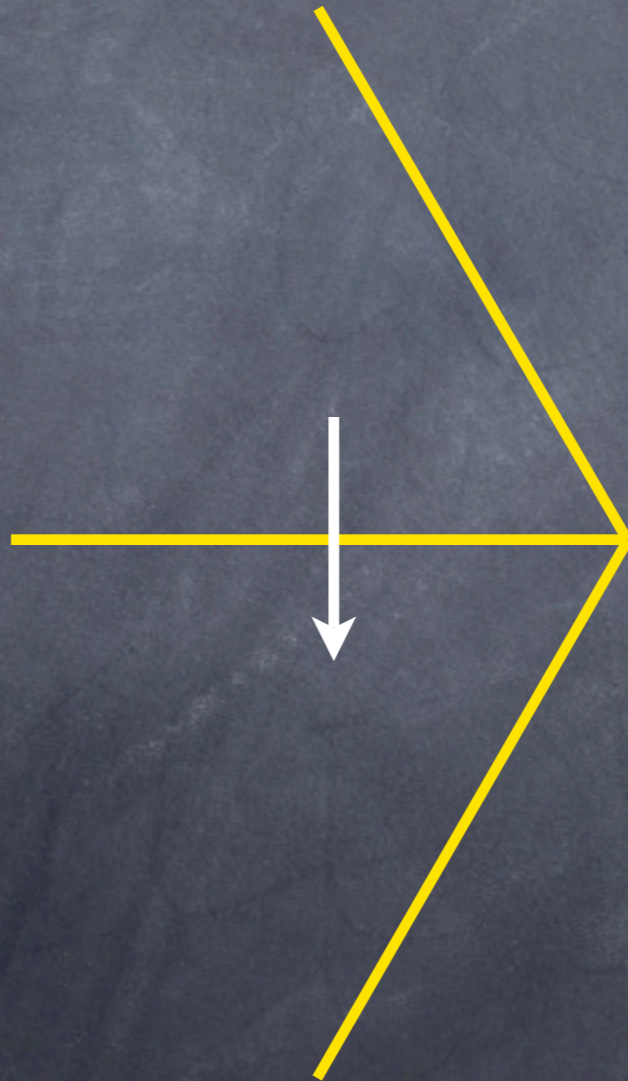
In het vlak

Alle spiegels bepaald door twee halve:



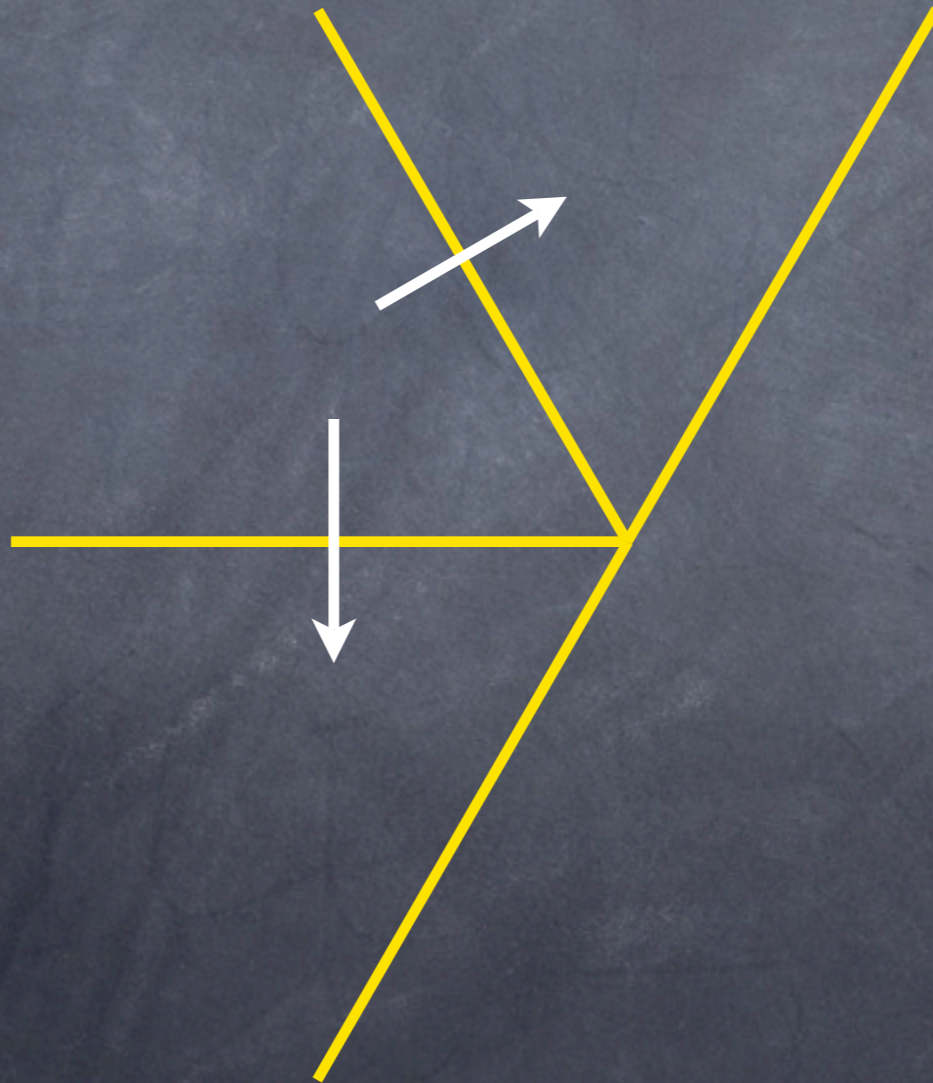
In het vlak

Alle spiegels bepaald door twee halve:



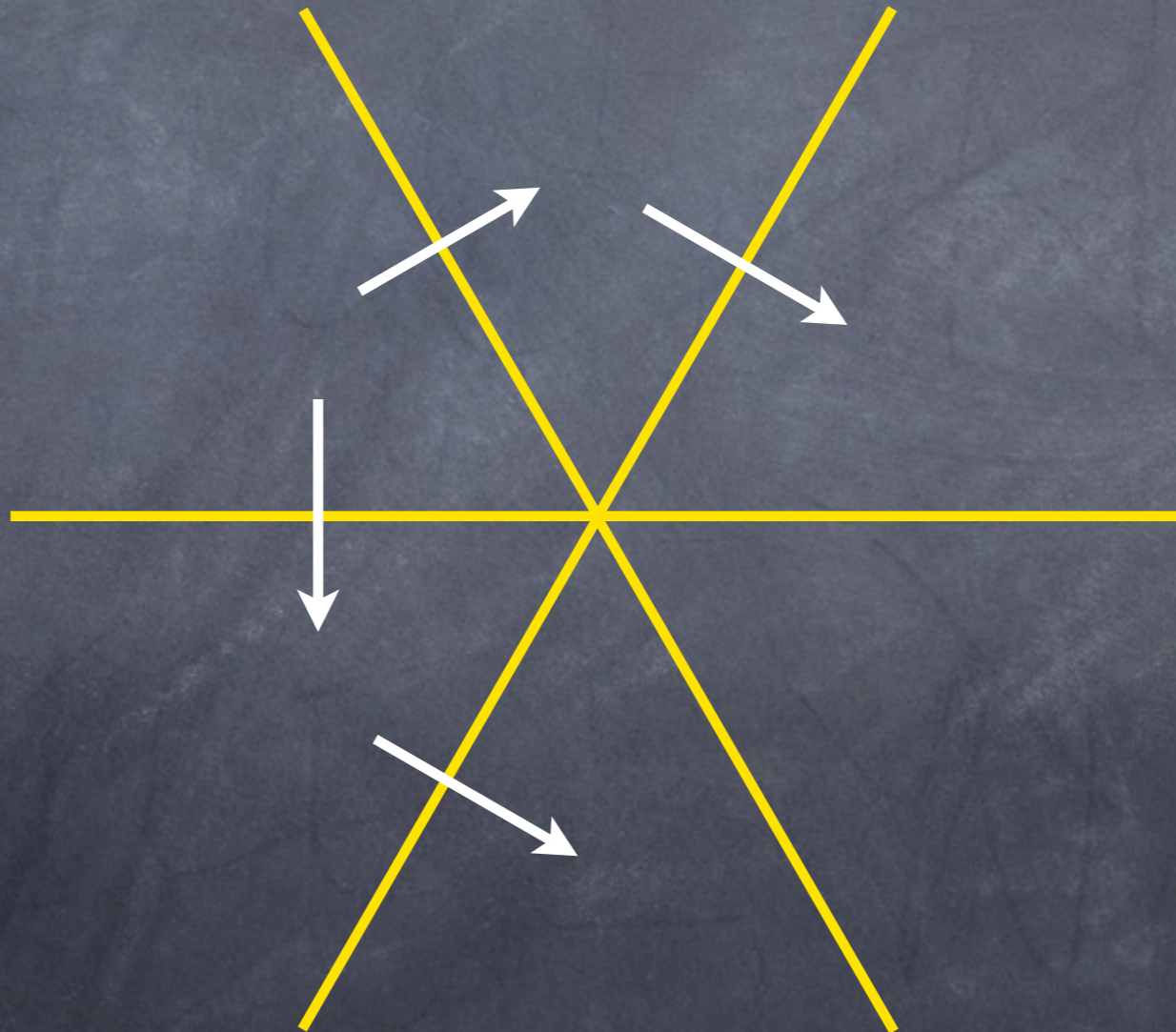
In het vlak

Alle spiegels bepaald door twee halve:



In het vlak

Alle spiegels bepaald door twee halve:



In het vlak

Hoe bepaal je een juiste hoek tussen 2 spiegels?



In het vlak

Hoe bepaal je een juiste hoek tussen 2 spiegels?



Spiegelen en blijven spiegelen en kijken
"of het uitkomt"

In het vlak

Hoe bepaal je een juiste hoek tussen 2 spiegels?



Fysisch experiment met de spiegels in de ...
... badkamer

Zelf de juiste hoek ontdekken met
de spiegels van de badkamer

Zelf de juiste hoek ontdekken met
de spiegels van de badkamer
<math><90^\circ</math>



Zelf de juiste hoek ontdekken met de spiegels van de badkamer

$<90^\circ$

$>90^\circ$



Zelf de juiste hoek ontdekken met de spiegels van de badkamer

$<90^\circ$

$>90^\circ$

$=90^\circ$

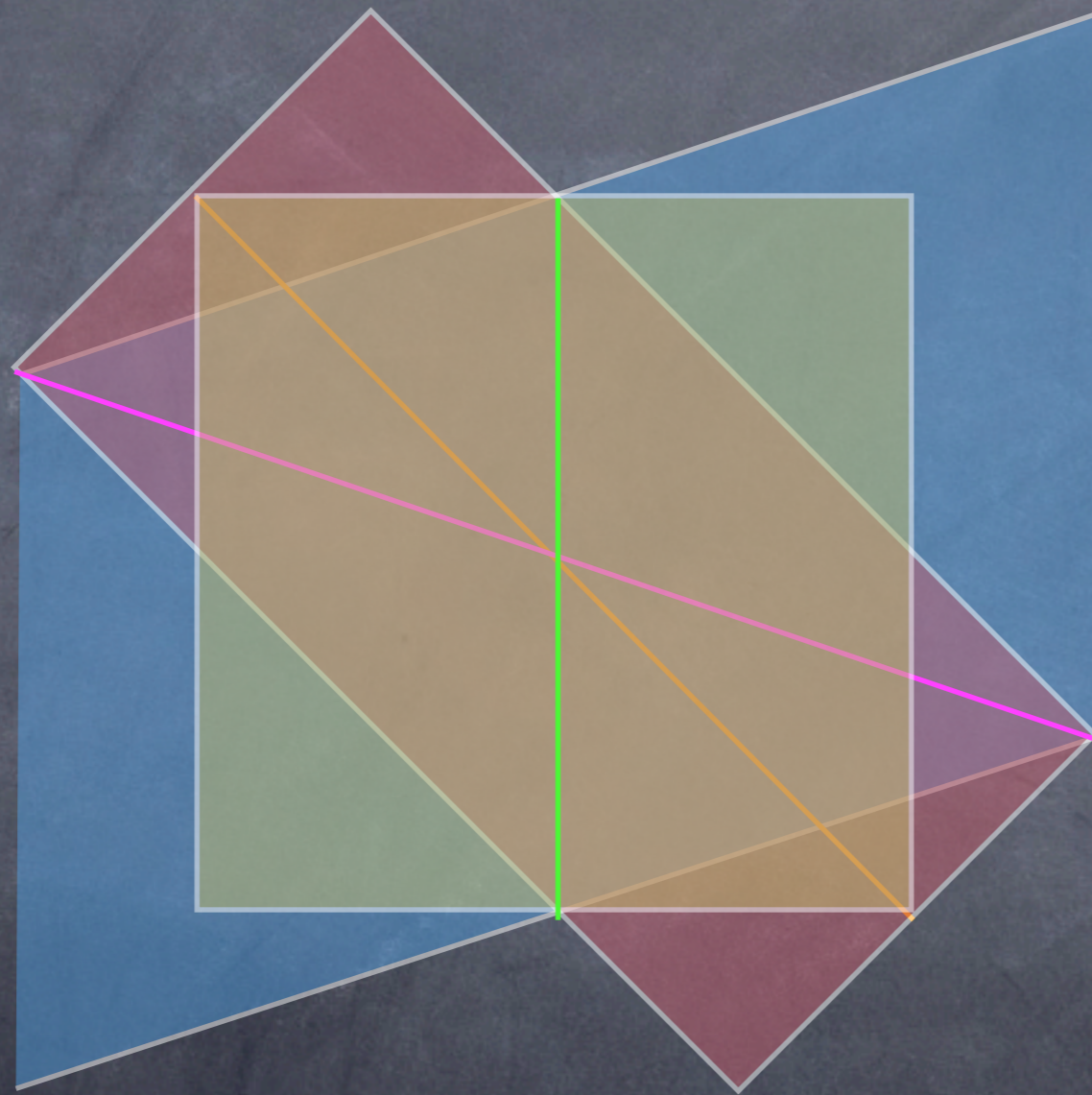


Experimenteel bewijs waarom twee
evenwijdige spiegels niet kunnen:

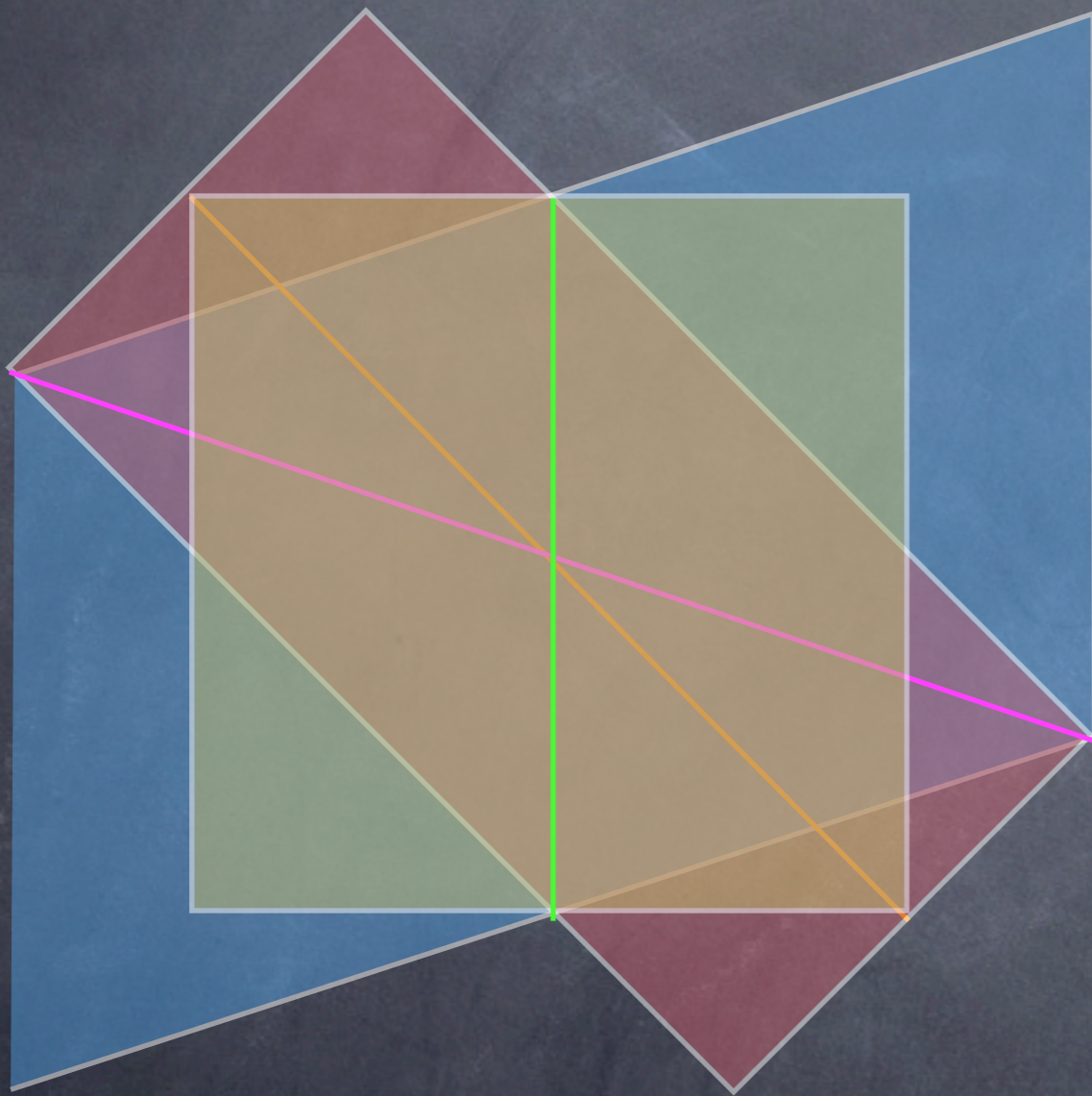


Samengevat: we zoeken in de n -dimensionale ruimte een formatie van n twee aan twee niet evenwijdige spiegels waarvoor we in elke "plooi" ons eigen (spiegel)beeld getrouw zien

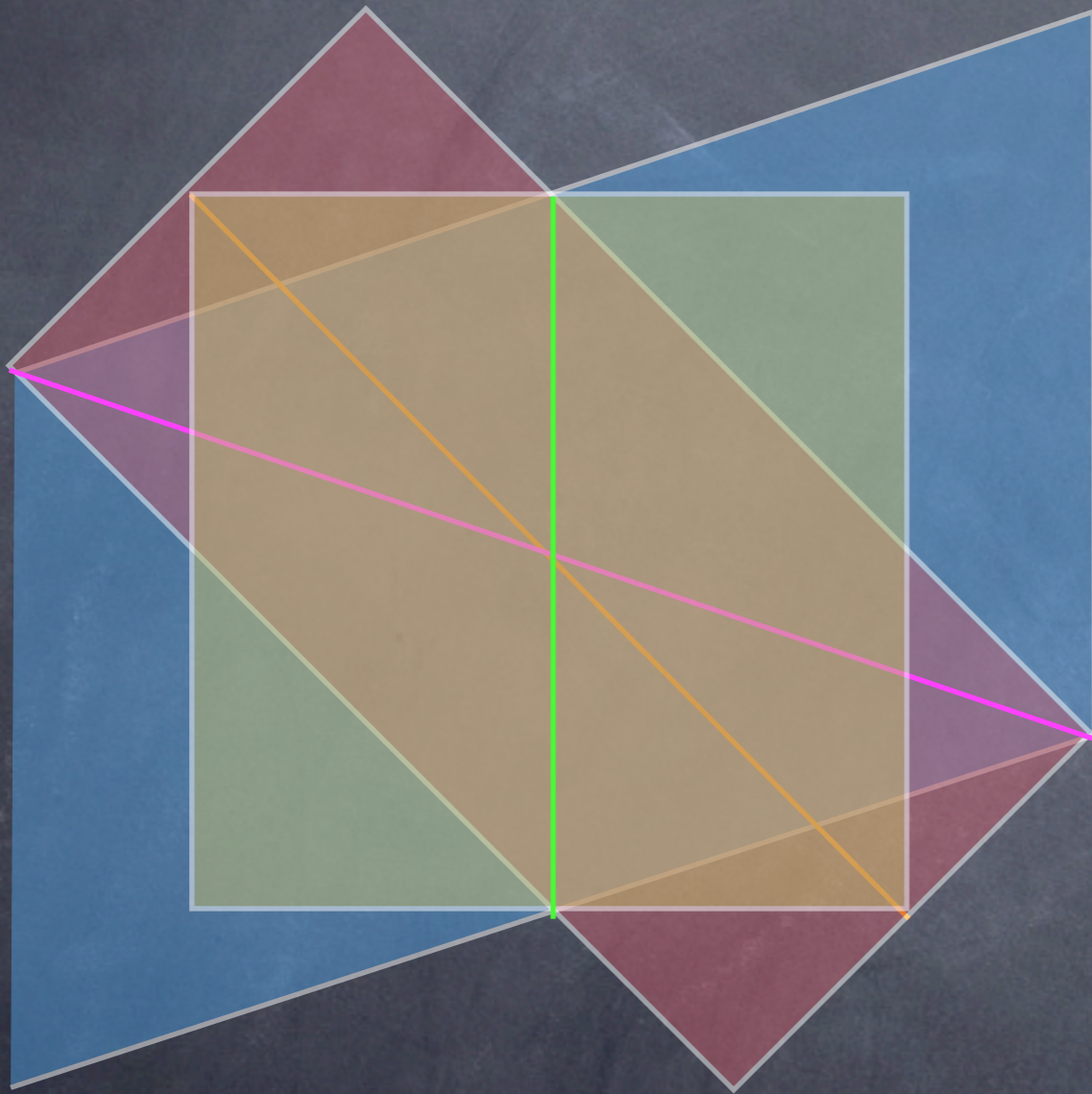
Voorbeeld voor $n=3$



Voorbeeld voor $n=3$



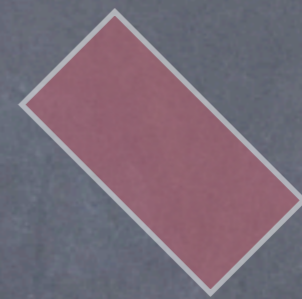
Voorbeeld voor $n=3$



Hoek tussen

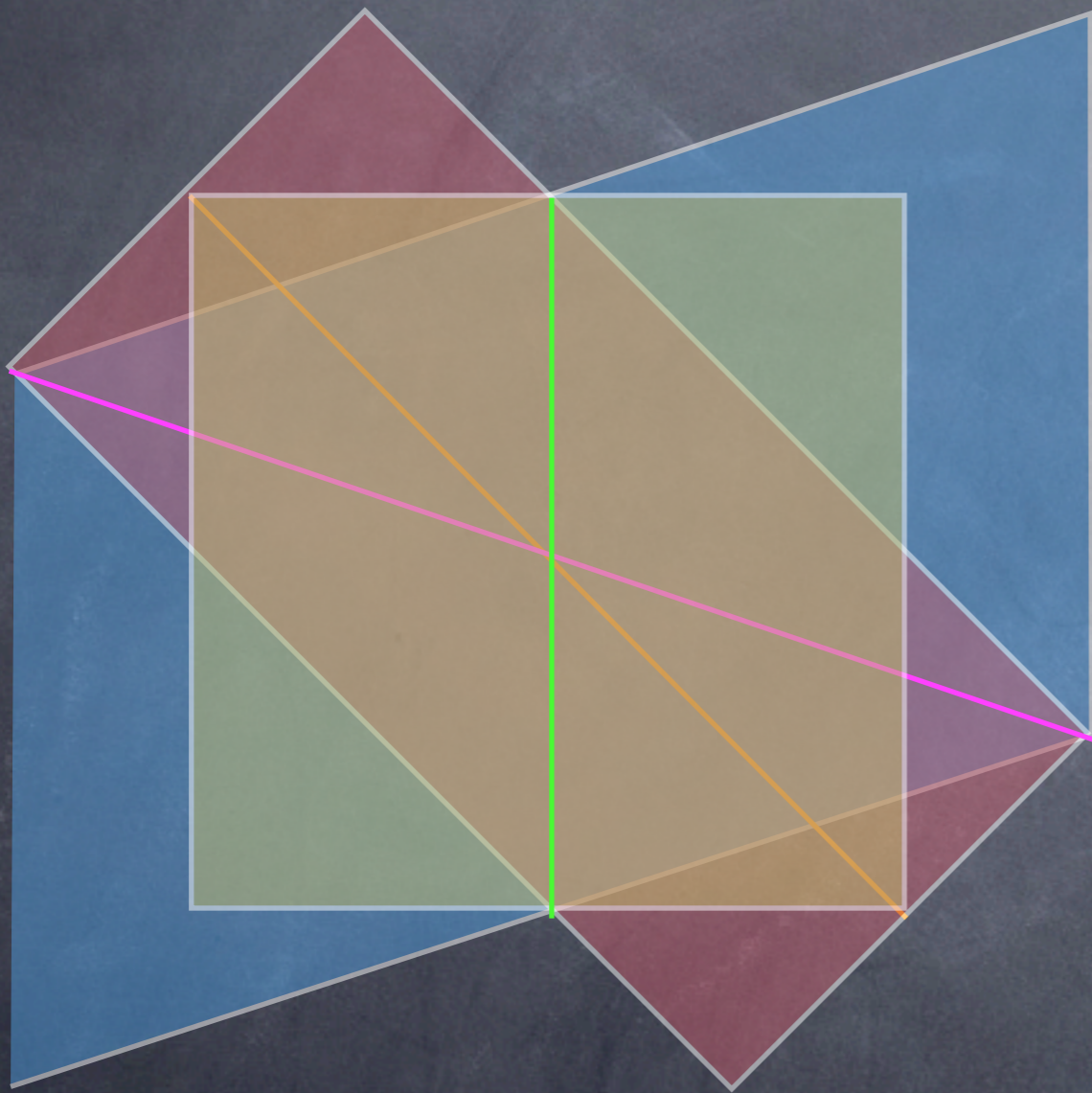


en



is 90°

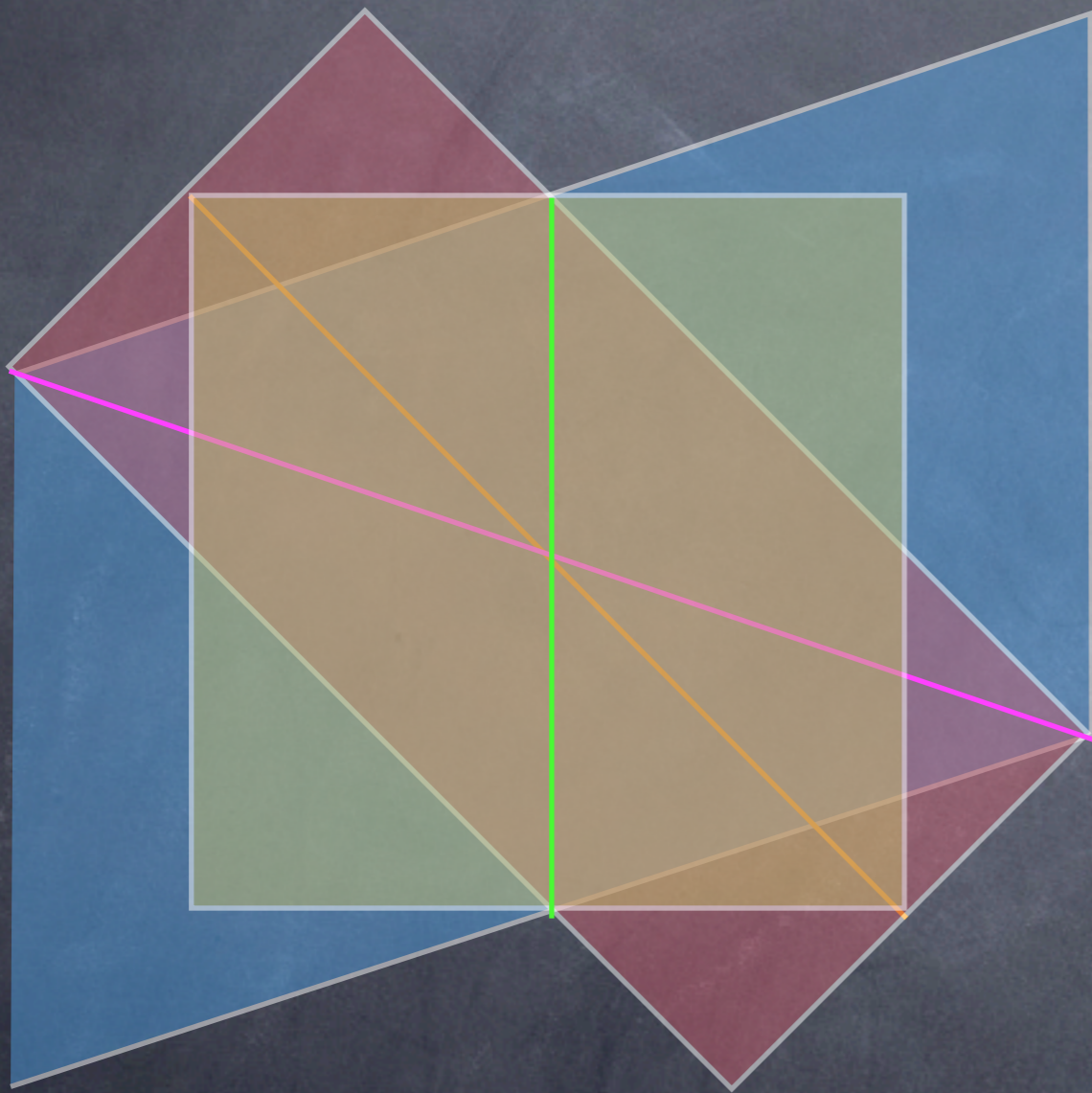
Voorbeeld voor $n=3$



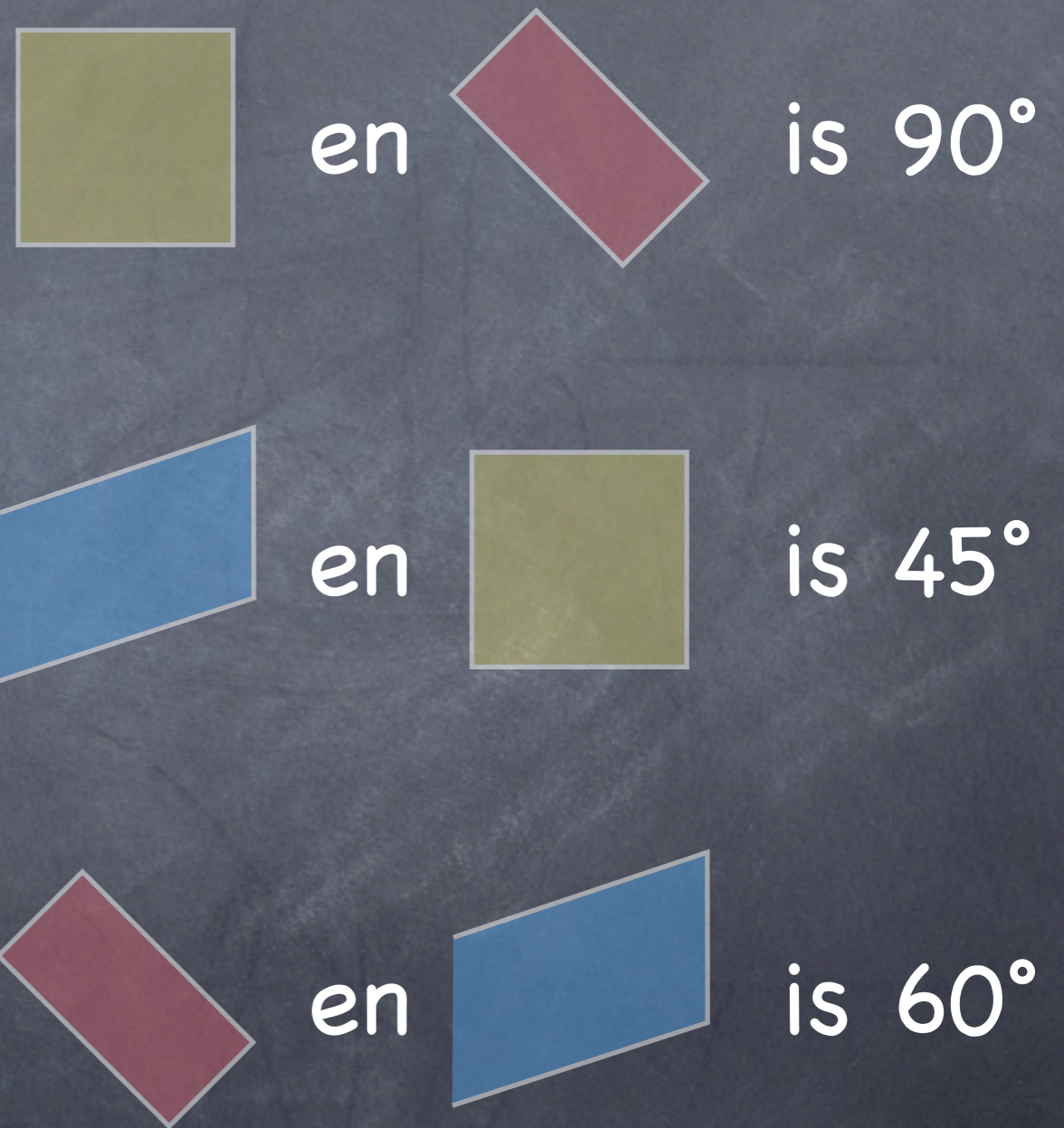
Hoek tussen



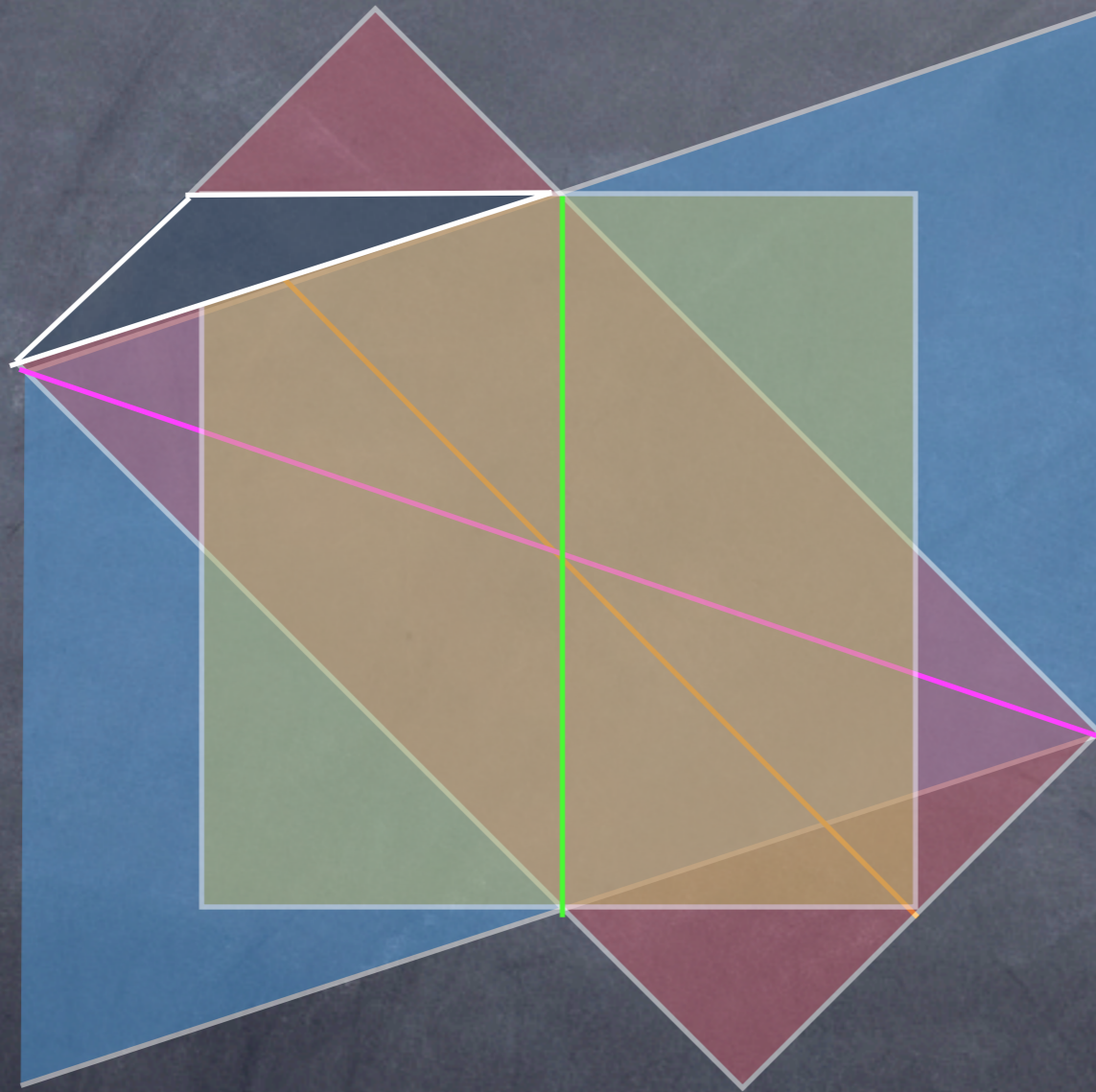
Voorbeeld voor $n=3$



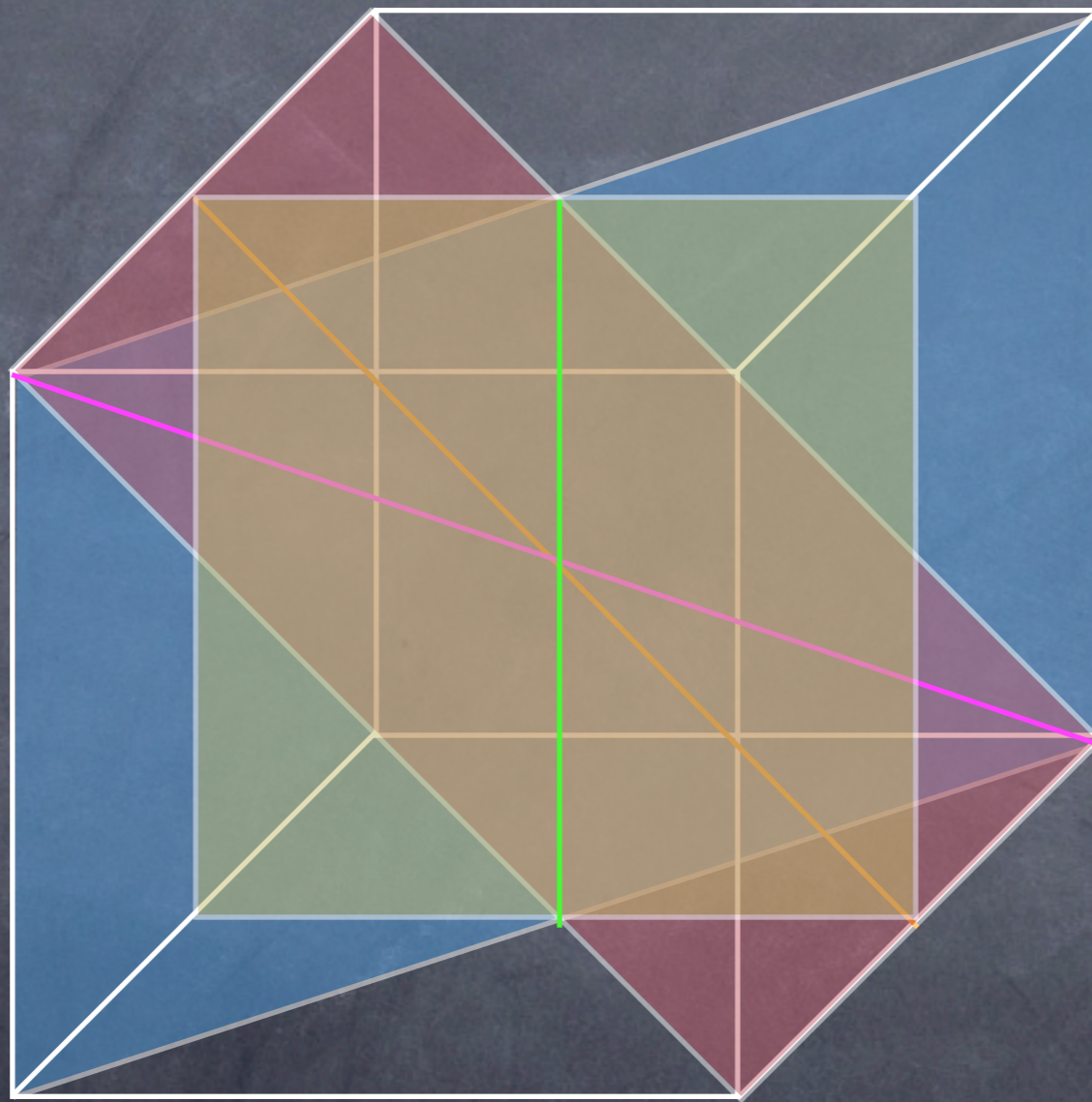
Hoek tussen



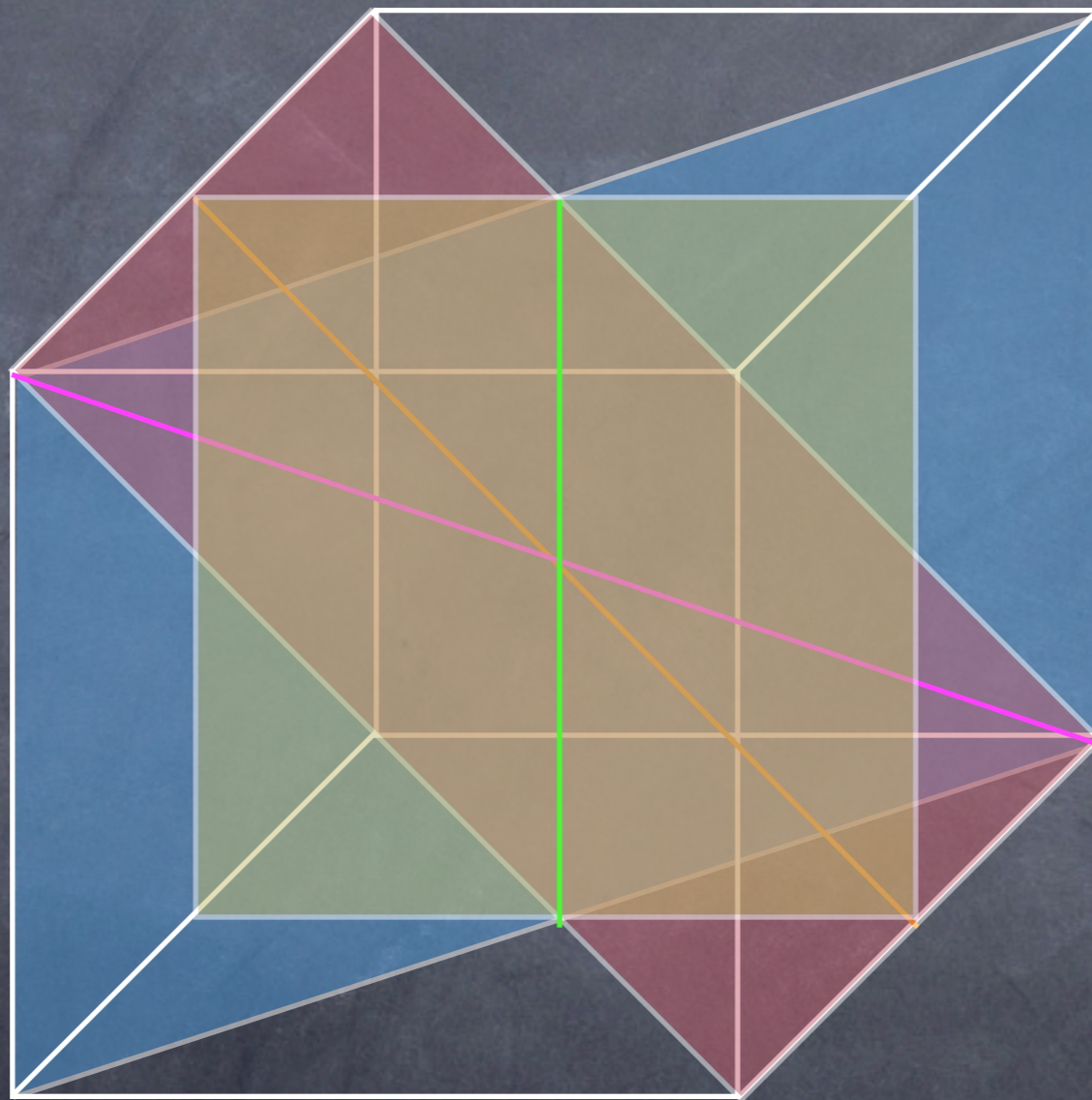
Voorbeeld voor $n=3$



Voorbeeld voor $n=3$



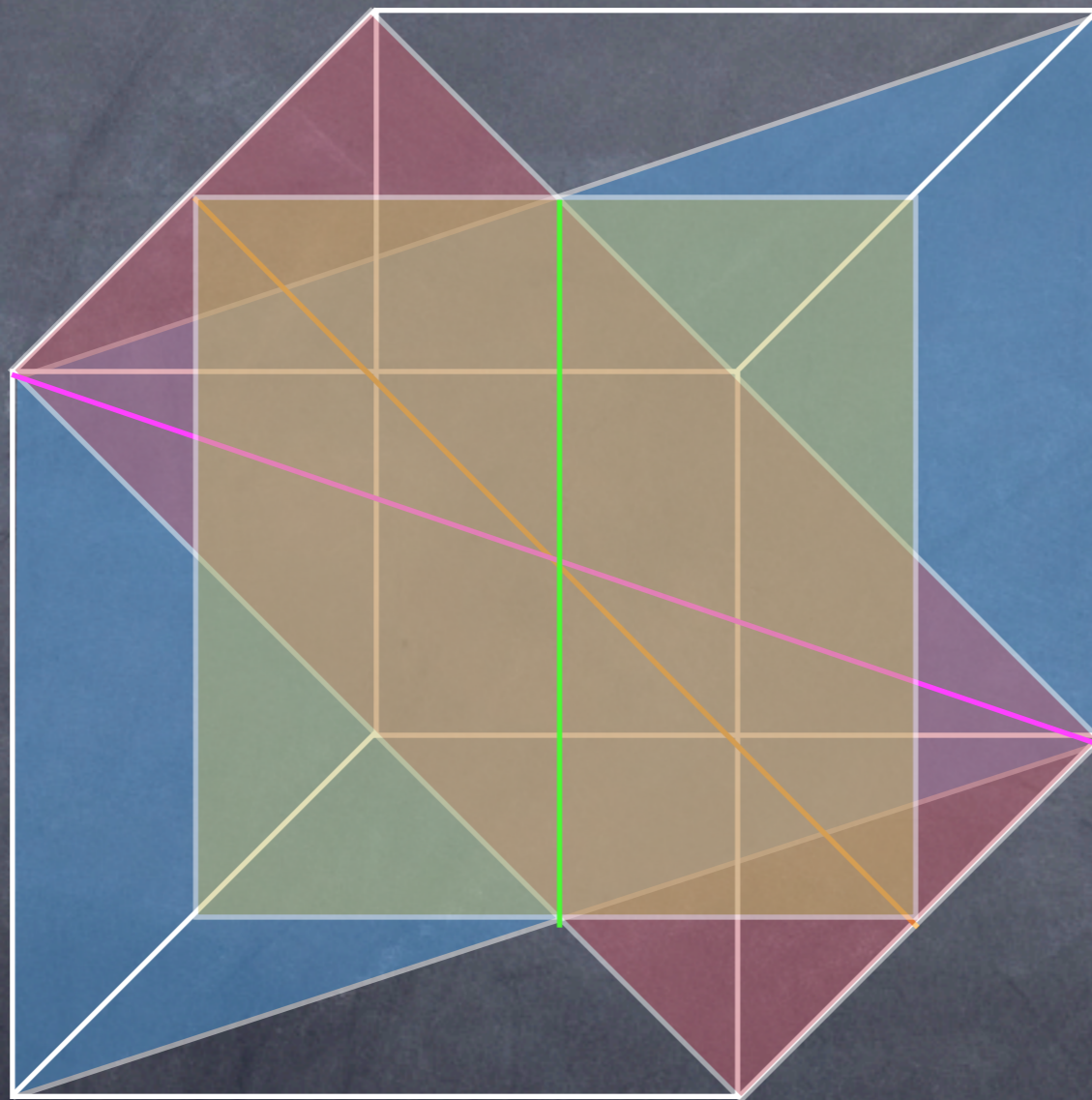
Voorbeeld voor $n=3$



Merk op:

blauw en rood even groot; geel onafhankelijk

Voorbeeld voor $n=3$



In het totaal ontstaan er 9 spiegels
6 even groot als blauw en rood, 3 zoals geel

Algemeen verschijnsel:

Ofwel alle spiegels **even groot**

Ofwel juist **twee soorten**

(en dan vormt elke soort **apart** ook
een (deel)spiegelingsgroep)

Algemeen verschijnsel:

Ofwel alle spiegels **even groot**

Ofwel juist **twee soorten**

(en dan vormt elke soort **apart** ook
een (deel)spiegelingsgroep)

bijvoorbeeld:



Algemeen verschijnsel:

Ofwel alle spiegels **even groot**

Ofwel juist **twee soorten**

(en dan vormt elke soort **apart** ook
een (deel)spiegelingsgroep)

bijvoorbeeld:



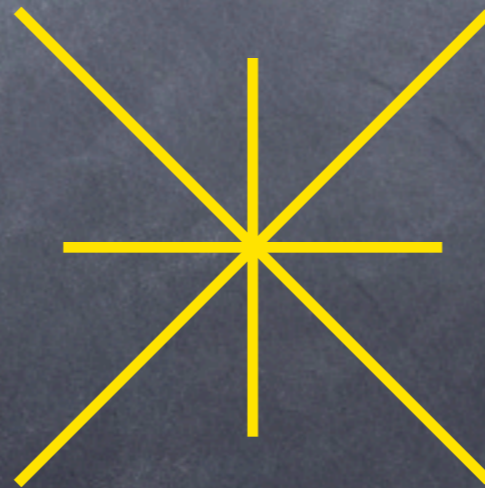
Algemeen verschijnsel:

Ofwel alle spiegels **even groot**

Ofwel juist **twee soorten**

(en dan vormt elke soort **apart** ook
een (deel)spiegelingsgroep)

bijvoorbeeld:



Algemeen verschijnsel:

Ofwel alle spiegels **even groot**

Ofwel juist **twee soorten**

(en dan vormt elke soort **apart** ook
een (deel)spiegelingsgroep)

bijvoorbeeld:



Rijke bron van spiegelingsgroepen:

De **regelmatige veelvlakken!**

(Platonische lichamen!)

Rijke bron van spiegelingsgroepen:

De **regelmatige veelvlakken!**

(Platonische lichamen!)

Deze geven **alle** 3-dimensionale spiegelingsgroepen

(waarvoor niet één spiegel loodrecht op
alle andere staat)

Rijke bron van spiegelingsgroepen:

De **regelmatige veelvlakken!**

In algemene dimensie **n** :

De **regelmatige polytopen.**

Rijke bron van spiegelingsgroepen:

De **regelmatige veelvlakken!**

In algemene dimensie **n**:

De **regelmatige polytopen.**

n=2: assen van regelmatige veelhoeken

Rijke bron van spiegelingsgroepen:

De **regelmatige veelvlakken!**

In algemene dimensie **n**:

De **regelmatige polytopen.**

n=2: assen van regelmatige veelhoeken

n=3: assen van **tetraëder**, **kubus**, **dodecaëder**

Rijke bron van spiegelingsgroepen:

De **regelmatige veelvlakken!**

In algemene dimensie **n**:

De **regelmatige polytopen.**

n=2: assen van regelmatige veelhoeken

n=3: assen van **tetraëder**, **kubus**, **dodecaëder**

n=4: assen van **5-cel**, **8-cel** (hyperkubus),

120-cel, **24-cel**, **halve 24-cel**

Rijke bron van spiegelingsgroepen:

De **regelmatige veelvlakken!**

In algemene dimensie **n**:

De **regelmatige polytopen.**

n=2: assen van regelmatige veelhoeken

n=3: assen van **tetraëder**, **kubus**, **dodecaëder**

n=4: assen van **5-cel**, **8-cel** (hyperkubus),

120-cel, **24-cel**, **halve 24-cel**

n≥5: assen van **(n+1)-cel**, **2n-cel** (n-hyper-

kubus), **deel van 2(n+1)-cel**

Dit zijn meteen **ALLE** mogelijke spiegelingsgroepen

Dit zijn meteen **ALLE** mogelijke spiegelingsgroepen
(indien geen deelgroep spiegels loodrecht
staat op de rest)

Dit zijn meteen **ALLE** mogelijke spiegelingsgroepen
(indien geen deelgroep spiegels loodrecht
staat op de rest)

TENZIJ

Dit zijn meteen **ALLE** mogelijke spiegelingsgroepen
(indien geen deelgroep spiegels loodrecht
staat op de rest)

TENZIJ

Drie afzonderlijke gevallen

Dit zijn meteen **ALLE** mogelijke spiegelingsgroepen
(indien geen deelgroep spiegels loodrecht
staat op de rest)

TENZIJ

Drie afzonderlijke gevallen

Genoemd: E_6 E_7 E_8

E_8

- In dimensie 8

E_8

- In dimensie 8
- Dus door 8 spiegels bepaald

E_8

- In dimensie 8
- Dus door 8 spiegels bepaald
- Alle 120 spiegels zelfde afmetingen

E_8

- In dimensie 8
- Dus door 8 spiegels bepaald
- Alle 120 spiegels zelfde afmetingen

(Ter vergelijking: andere spiegelingsgroepen in 8 dimensies hebben 36, 56 of 64 spiegels)

E_8

- In dimensie 8
- Dus door 8 spiegels bepaald
- Alle 120 spiegels zelfde afmetingen
- Hoeken tussen de spiegels 60° of 90°

E_8

- In dimensie 8
- Dus door 8 spiegels bepaald
- Alle 120 spiegels zelfde afmetingen
- Hoeken tussen de spiegels 60° of 90°
- Nummer de spiegels 1,...,8 en verbind als de spiegels hoek van 60° maken

➔ Schläfli figuur

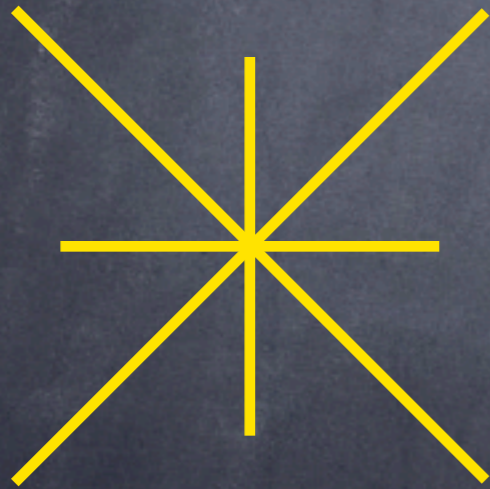
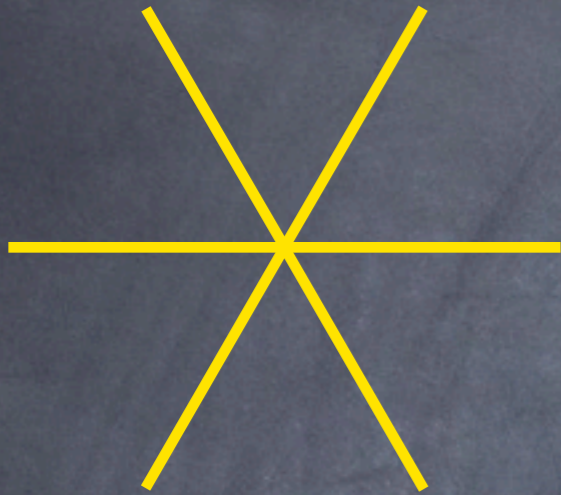
E_8

- In dimensie 8
- Dus door 8 spiegels bepaald
- Alle 120 spiegels zelfde afmetingen
- Hoeken tussen de spiegels 60° of 90°
- Nummer de spiegels 1,...,8 en verbind als de spiegels hoek van 60° maken

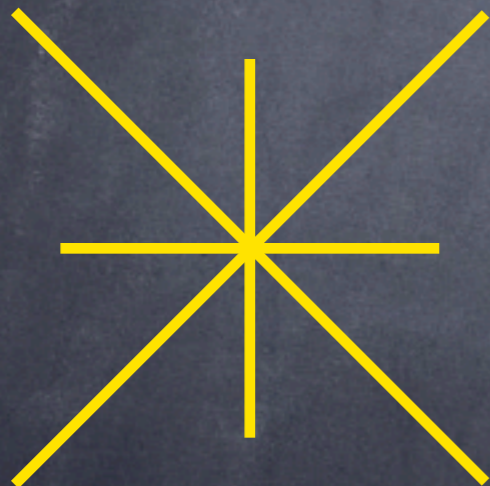
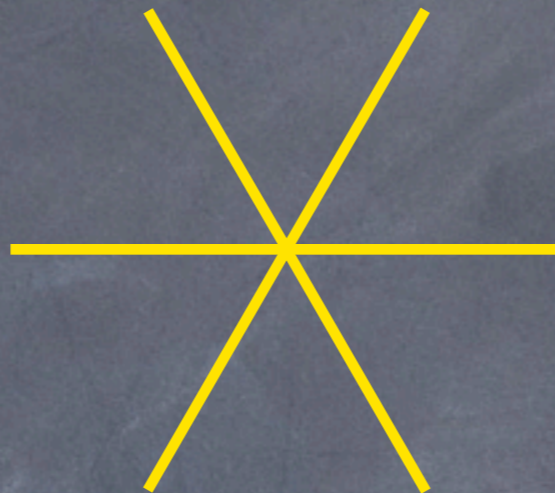
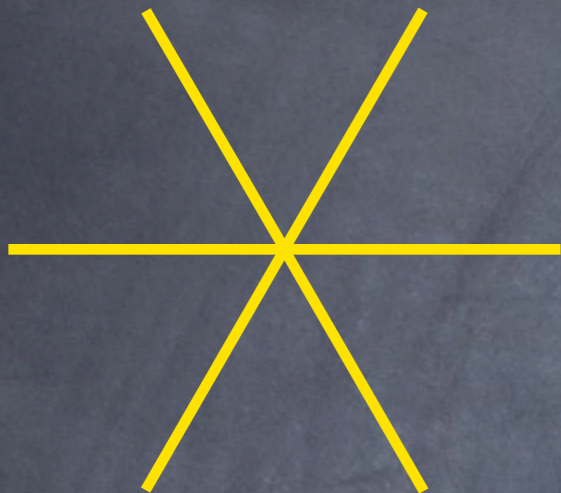
➔ Schläfli figuur



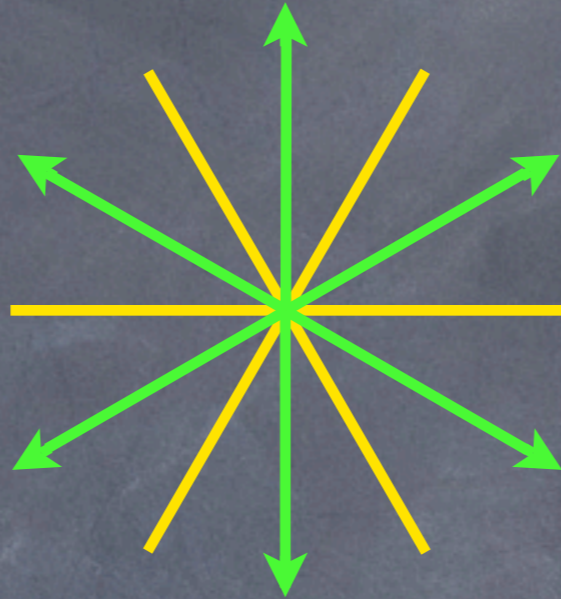
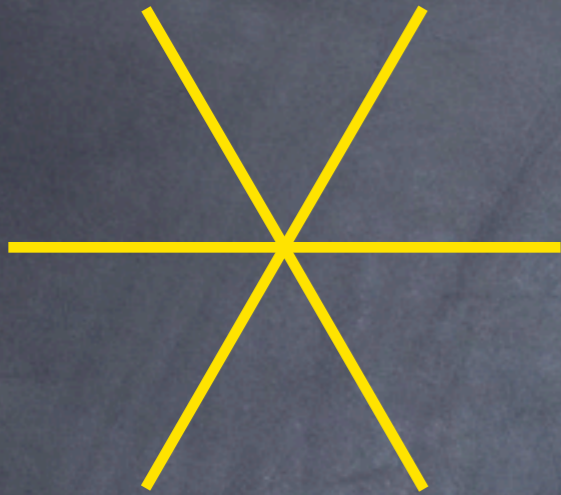
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen



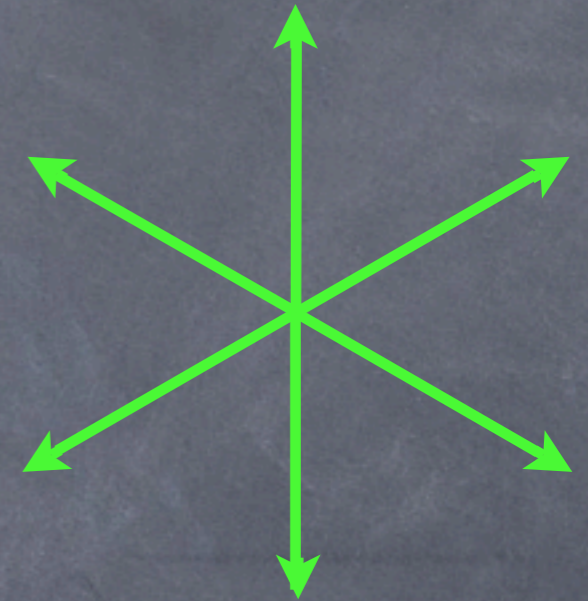
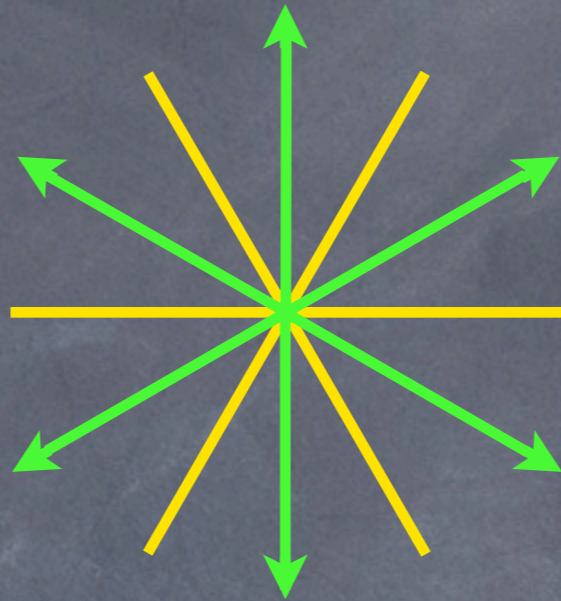
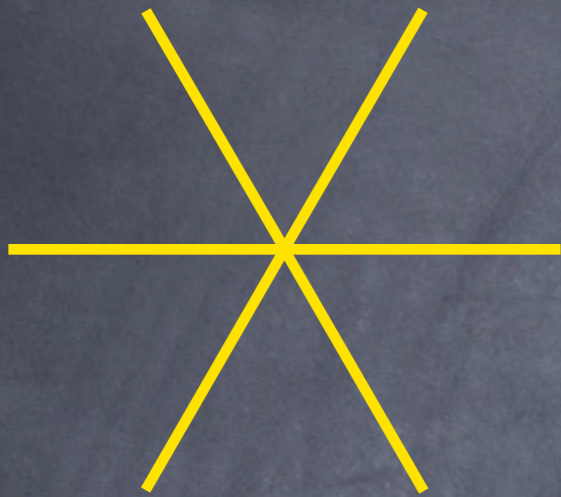
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen



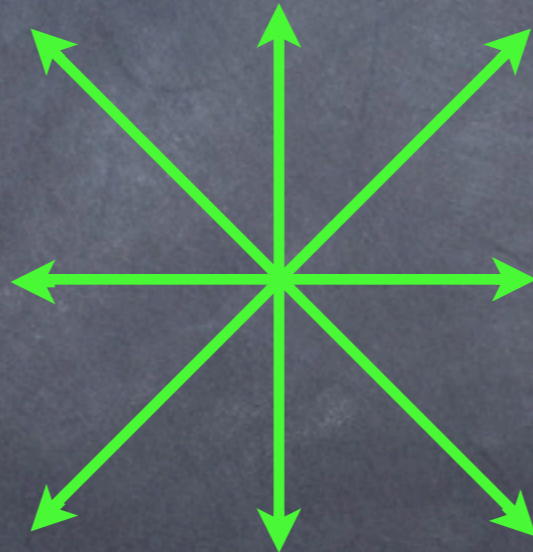
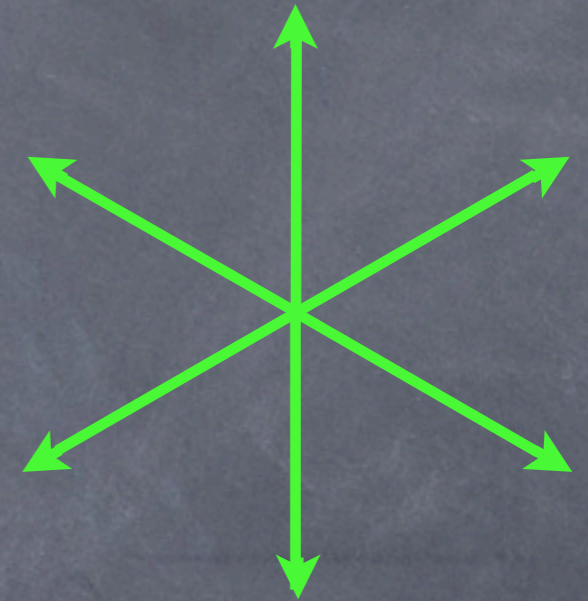
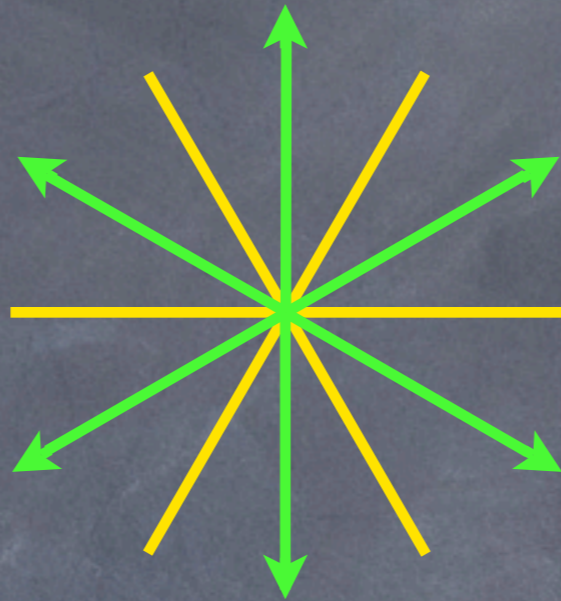
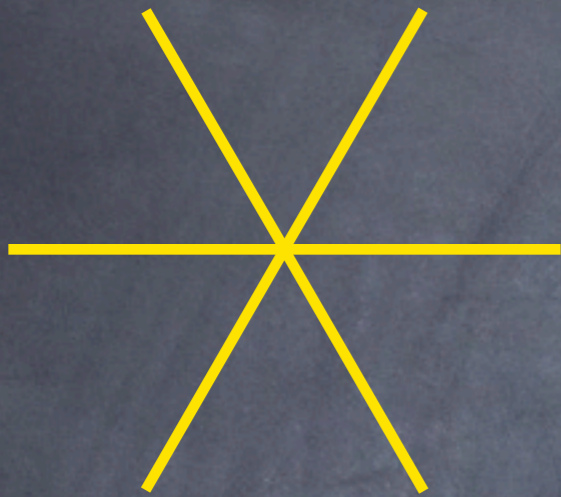
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen



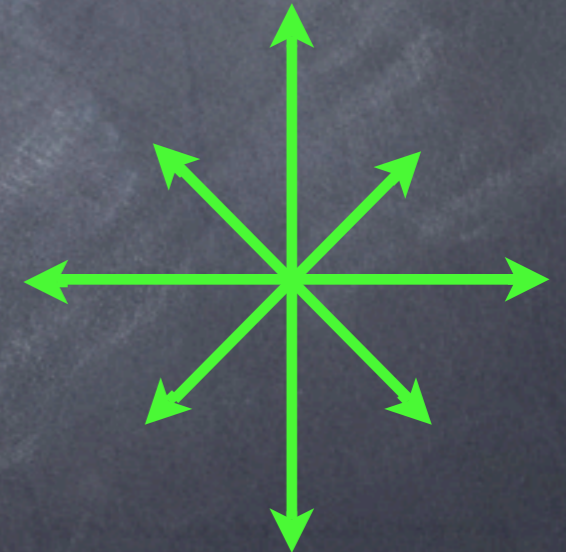
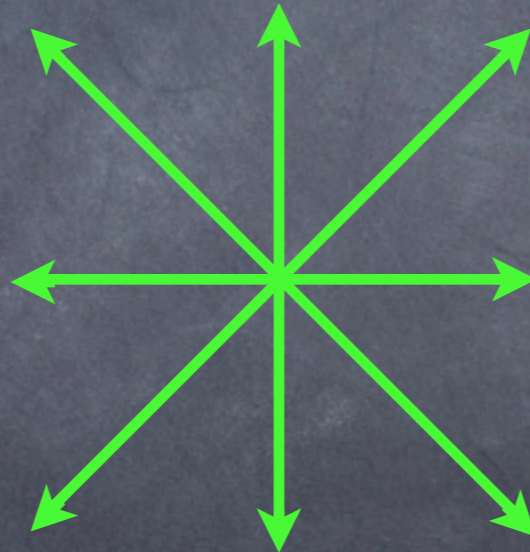
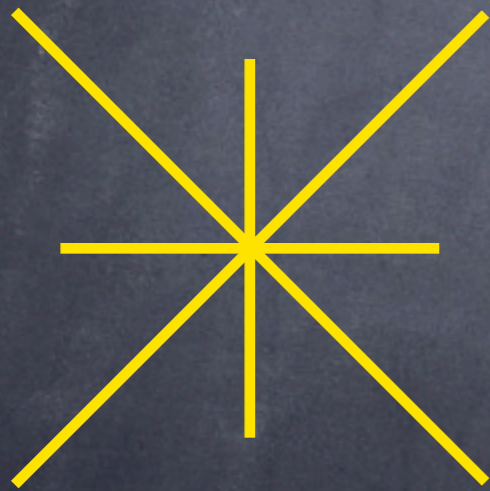
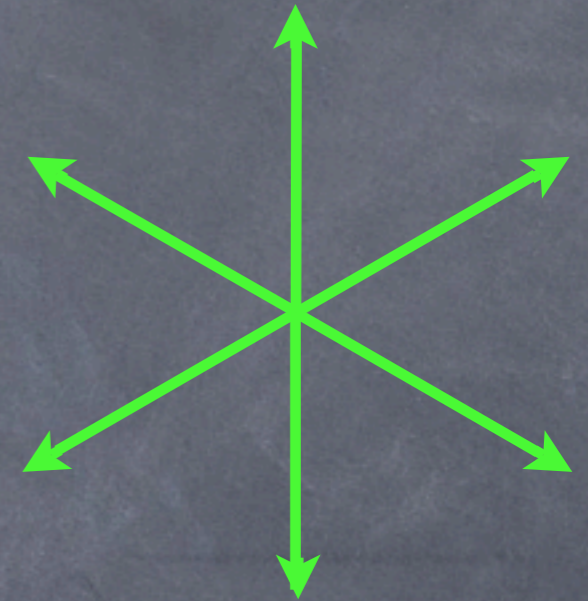
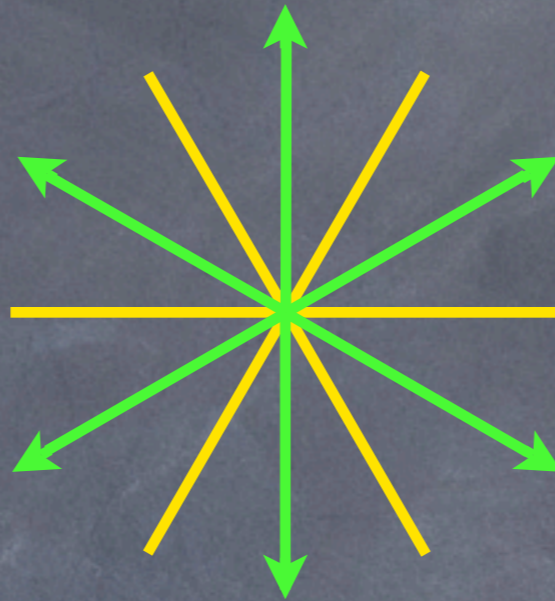
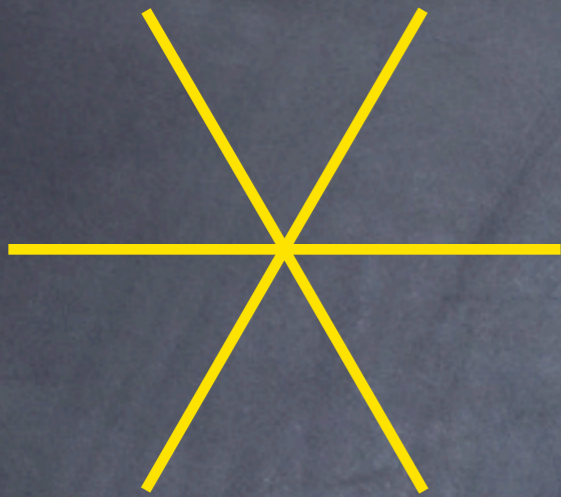
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen



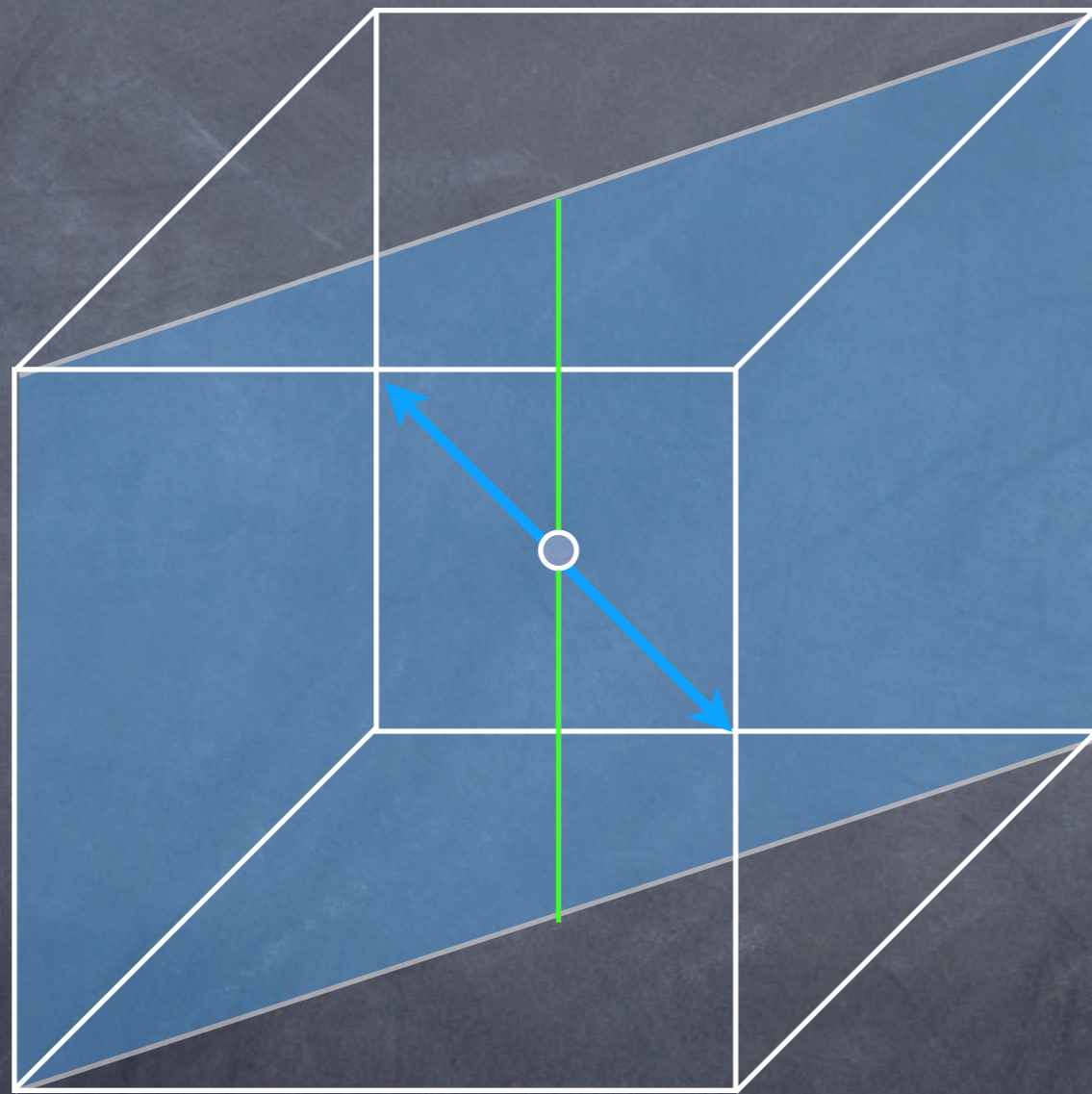
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen



Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen

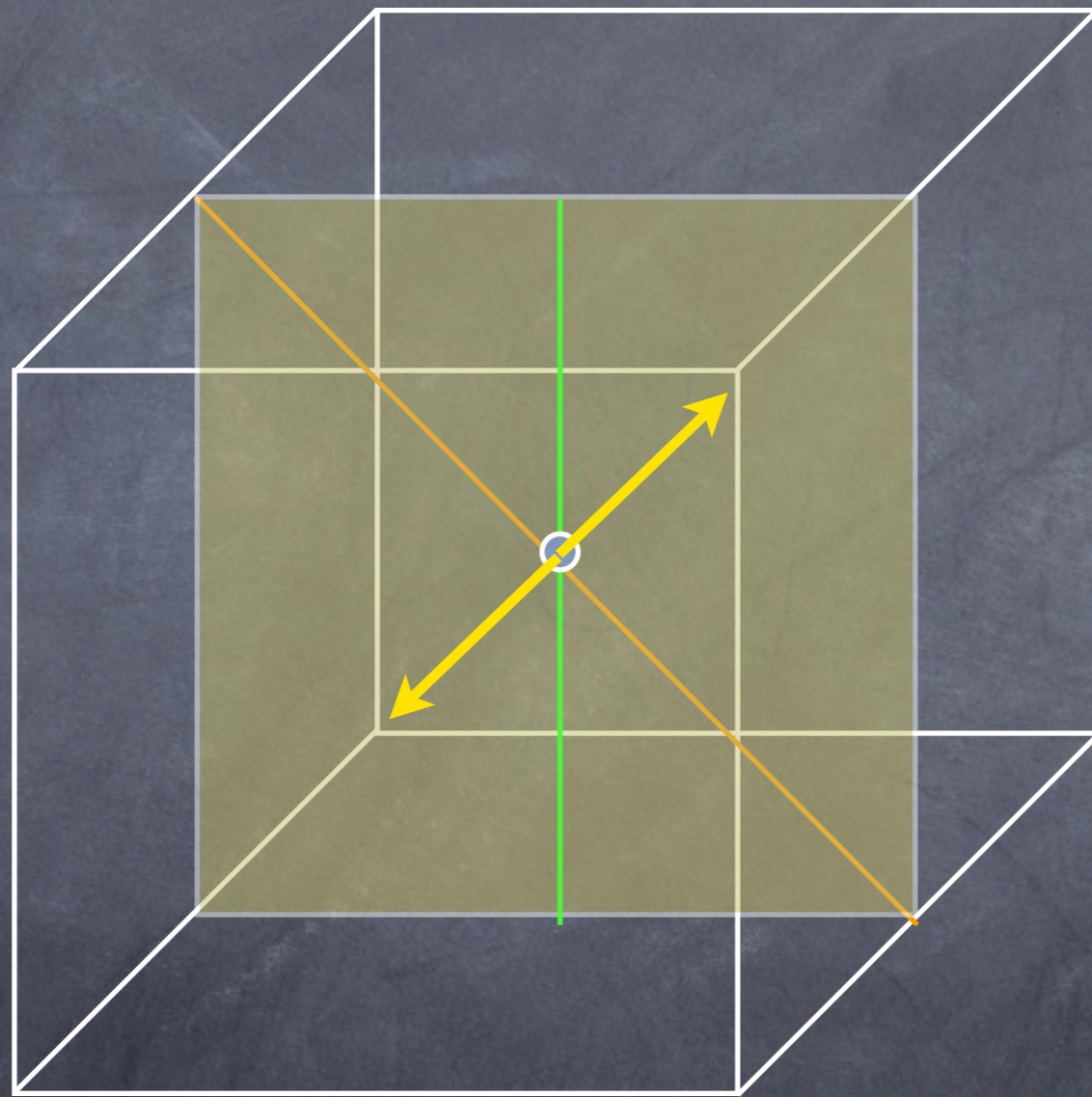


Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen



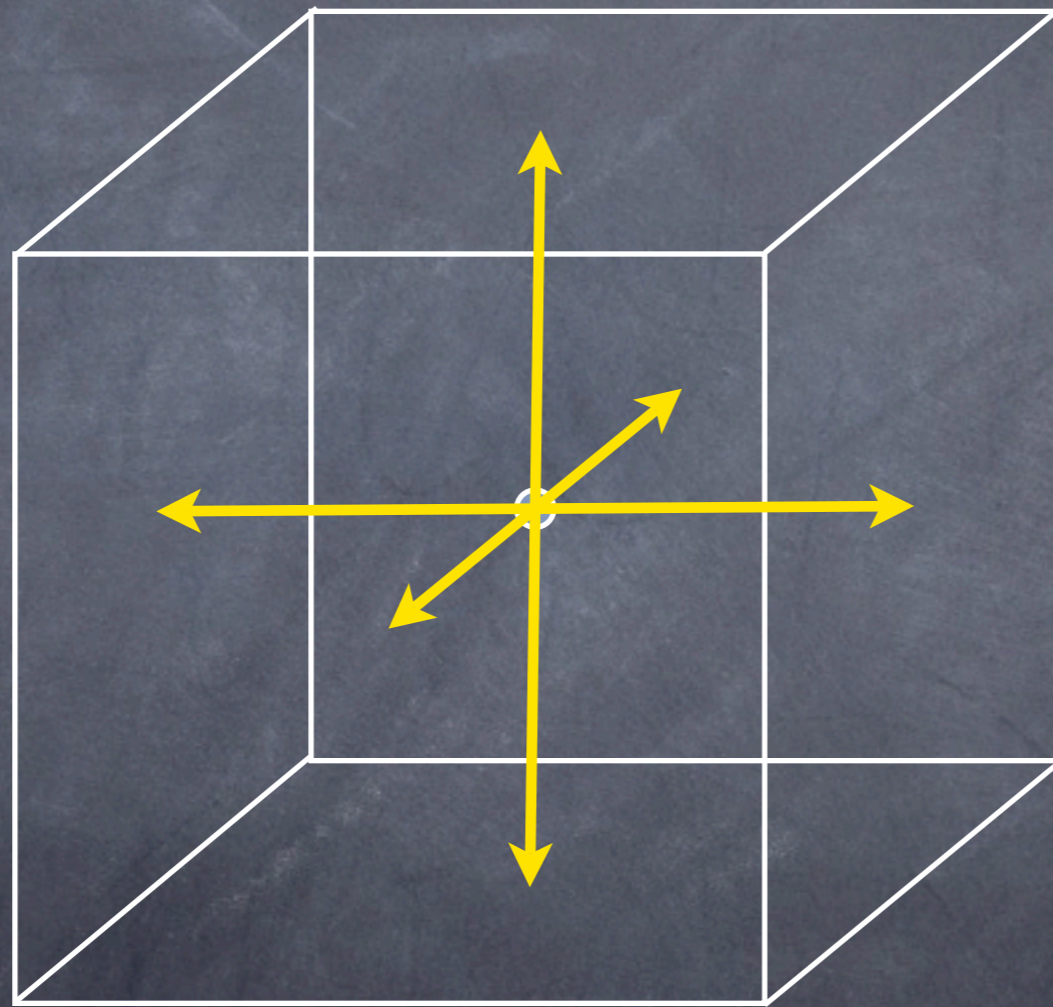
naar midden ribbe

Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen

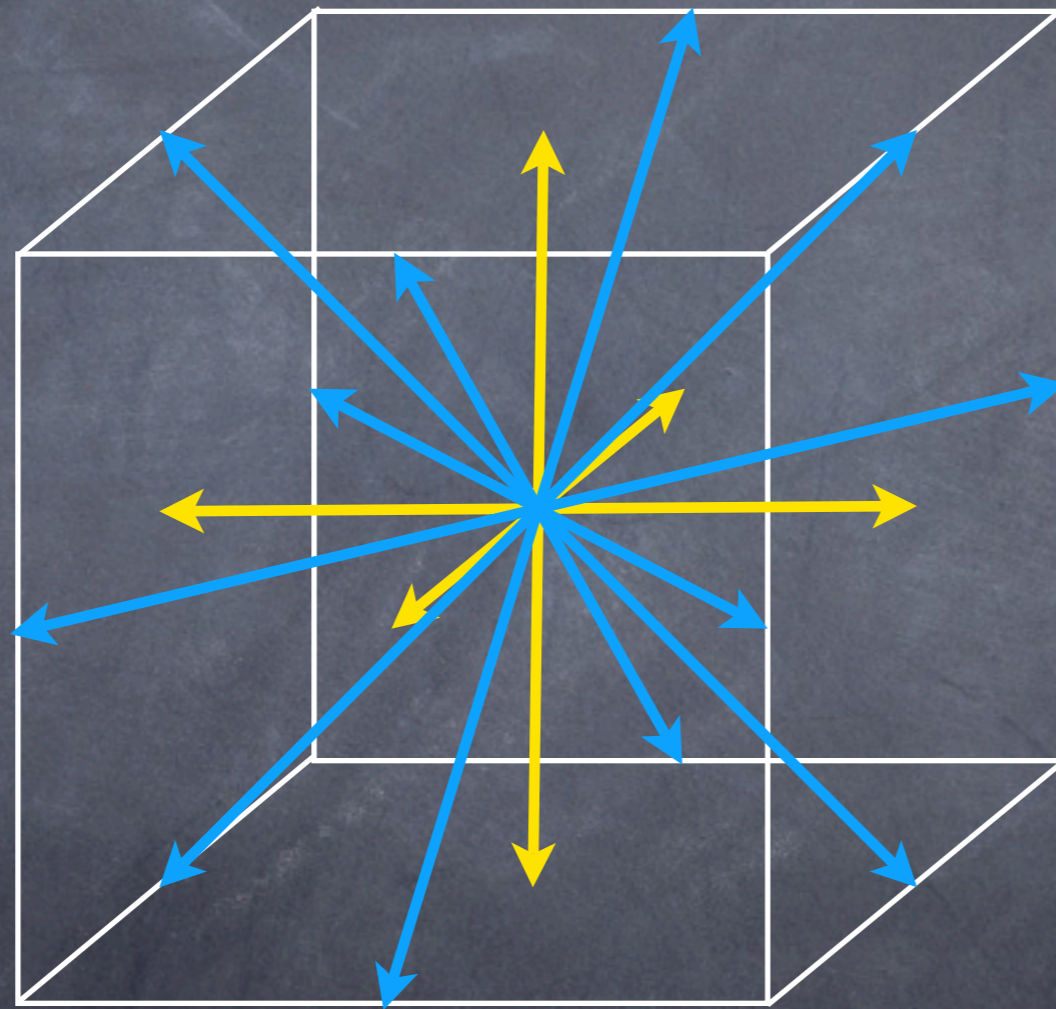


naar midden zijvlak

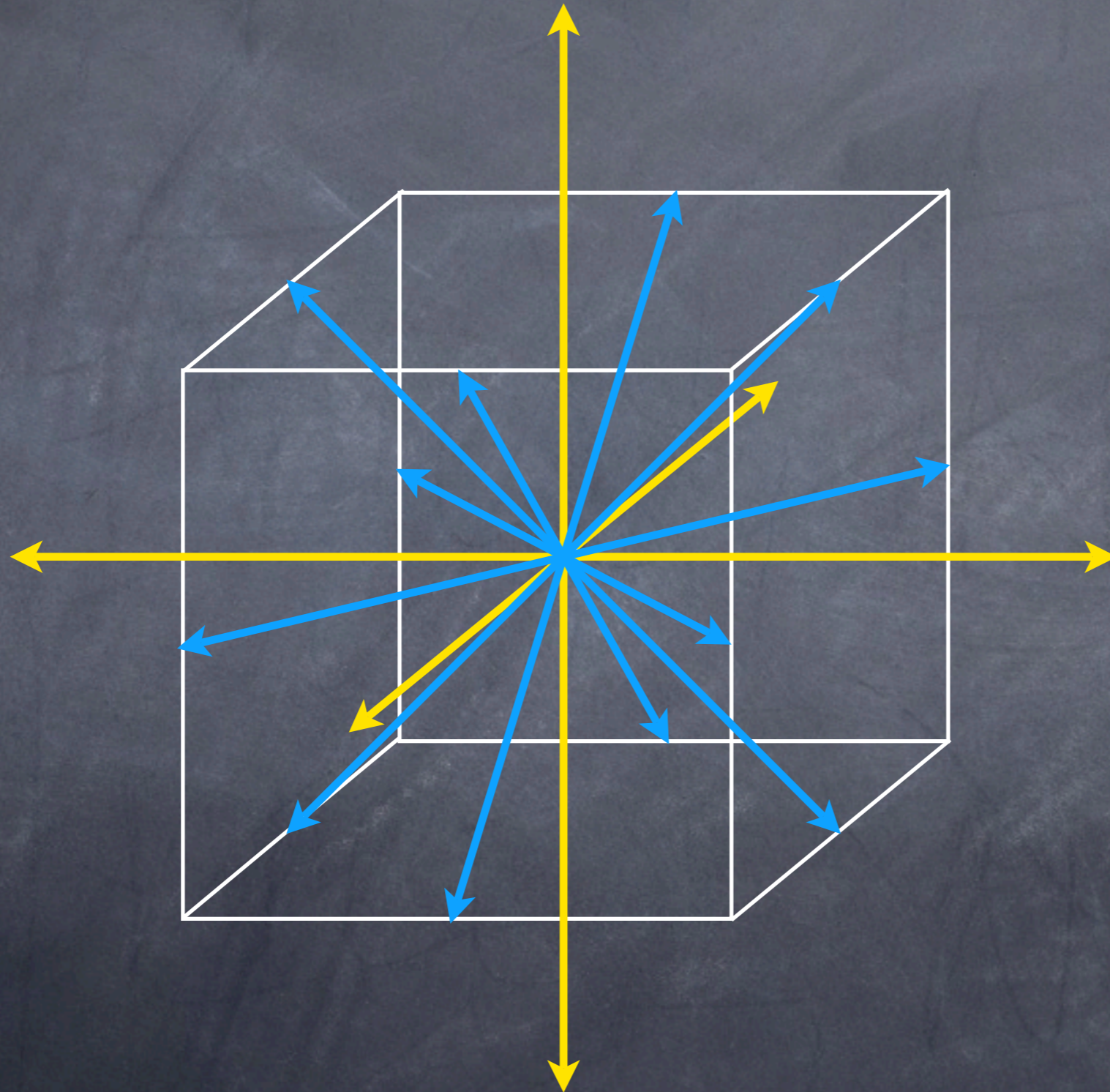
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen



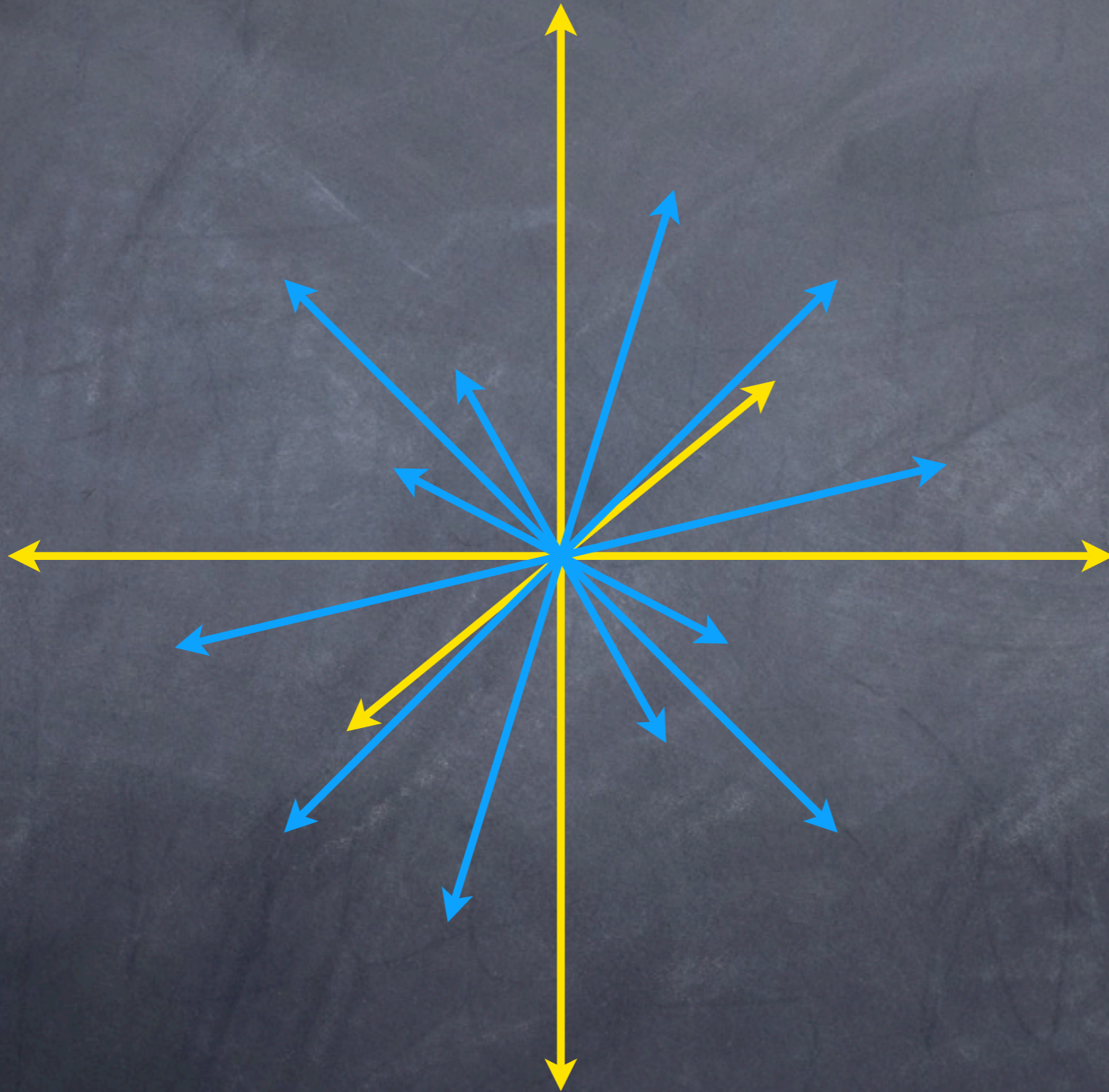
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen



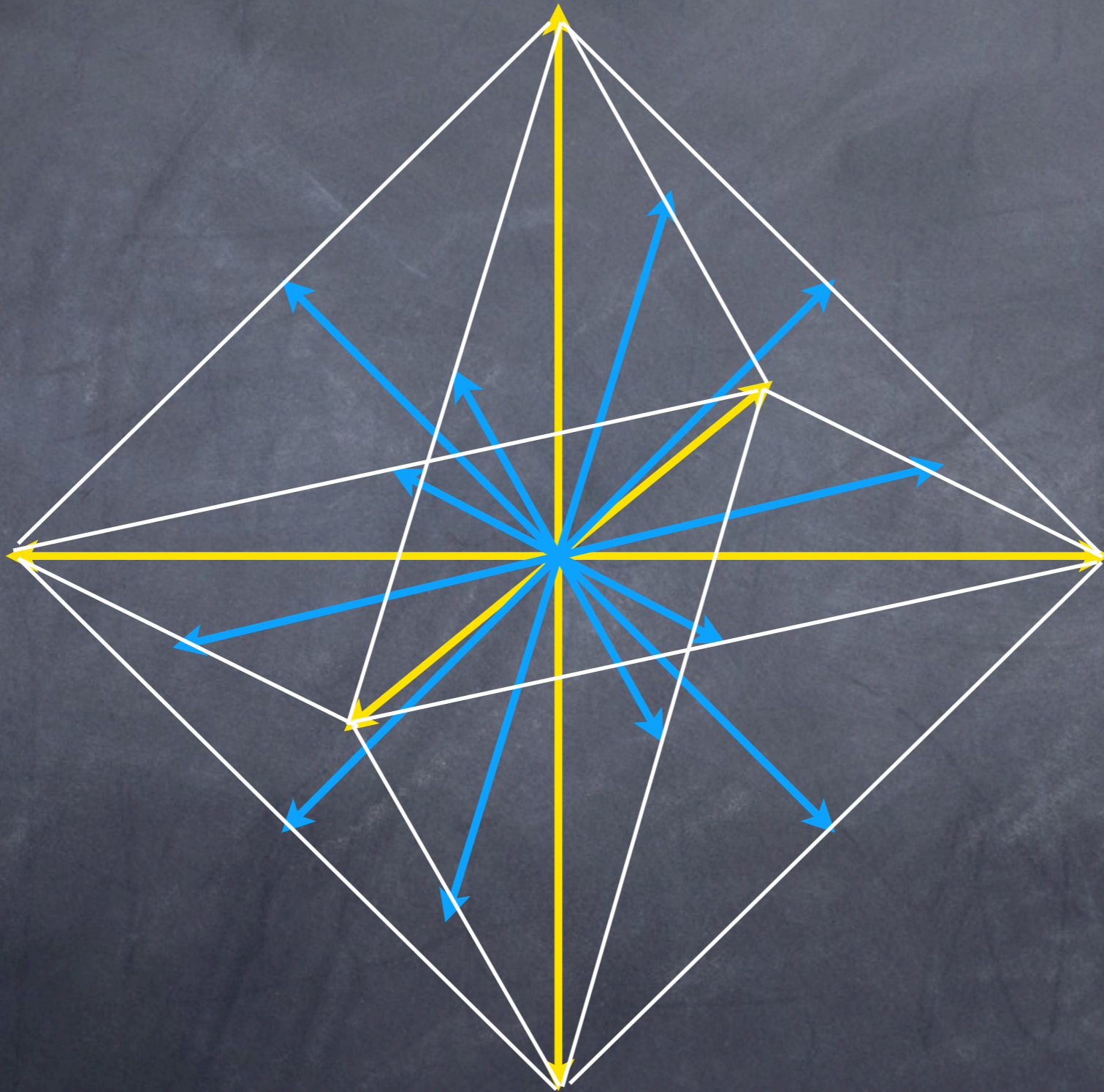
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen



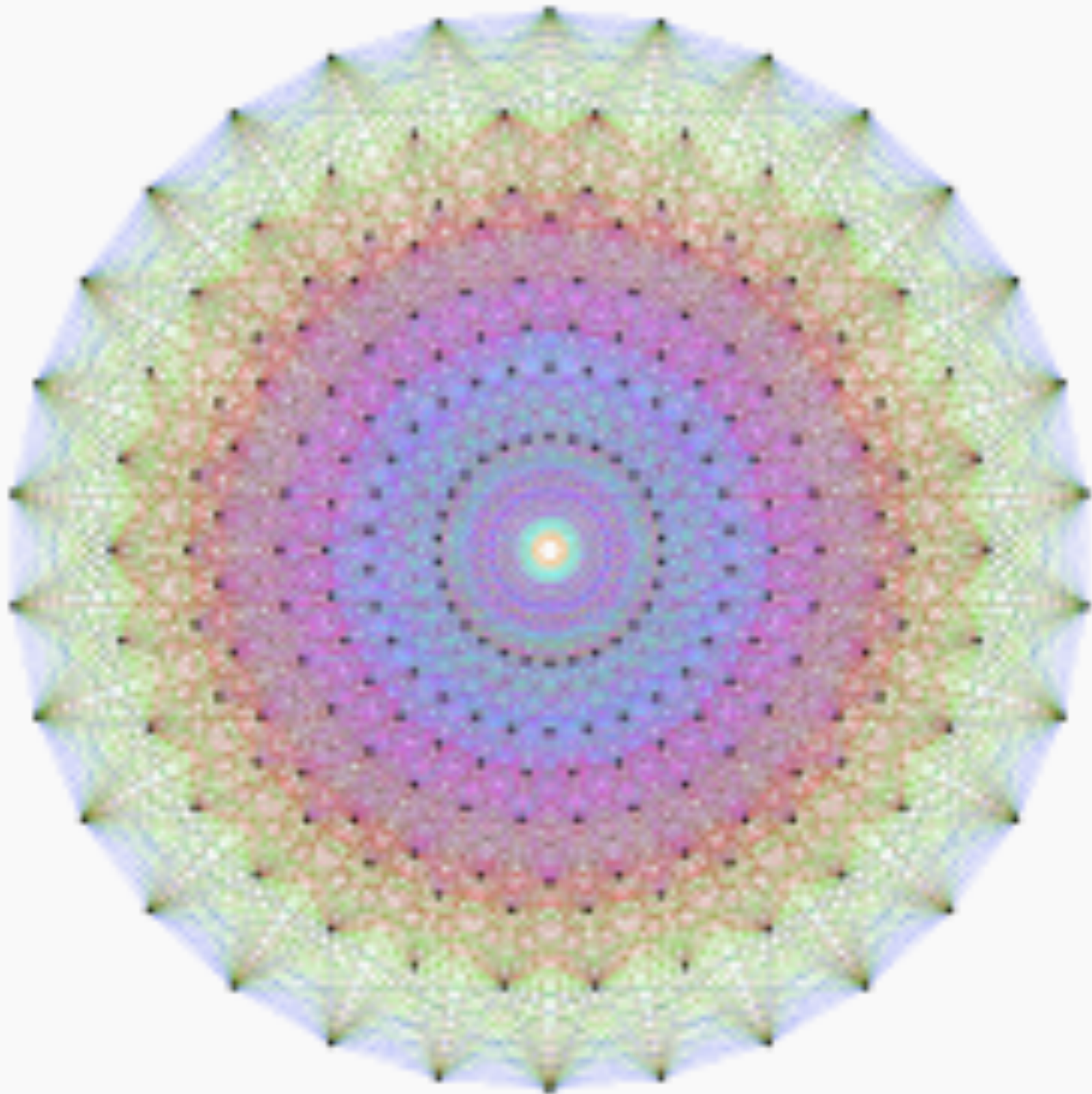
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen

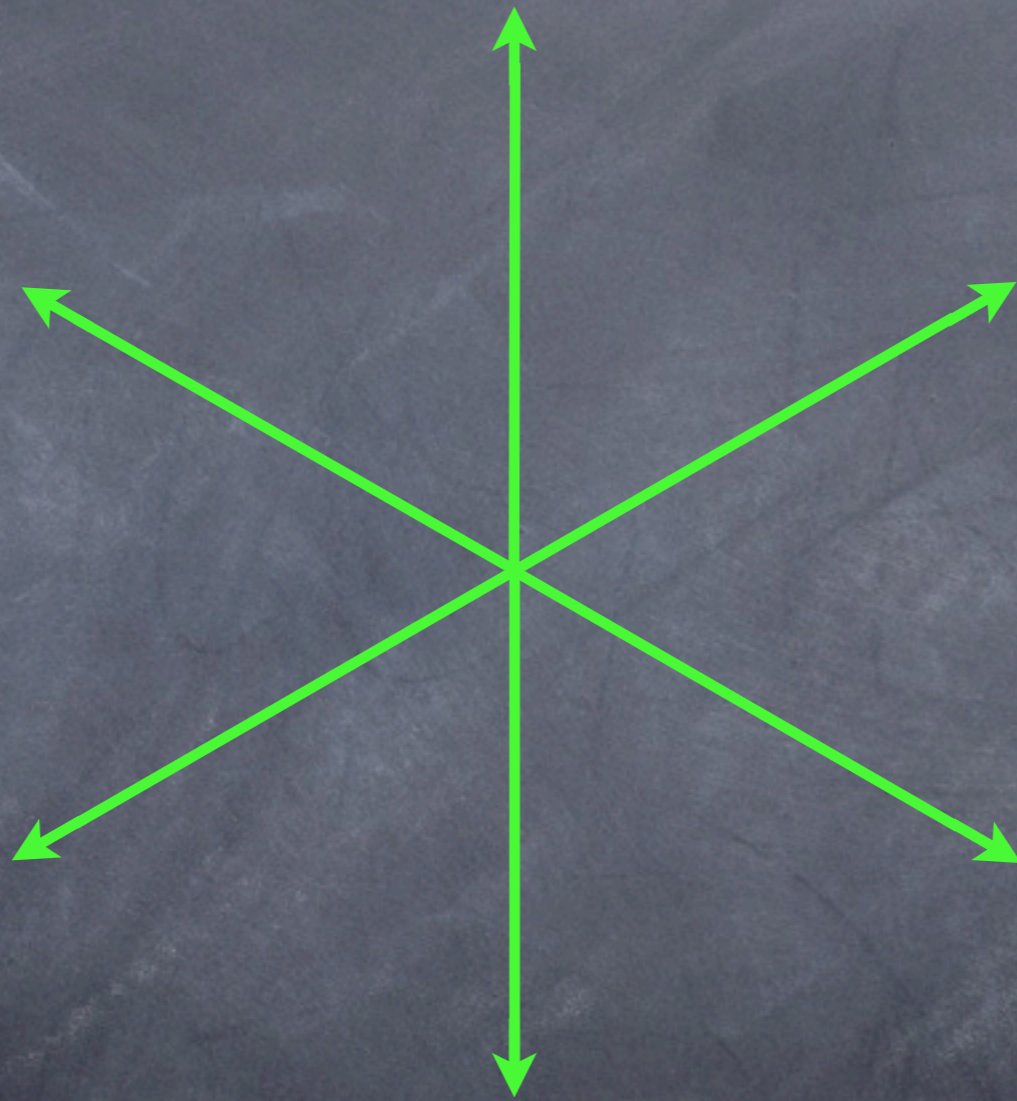


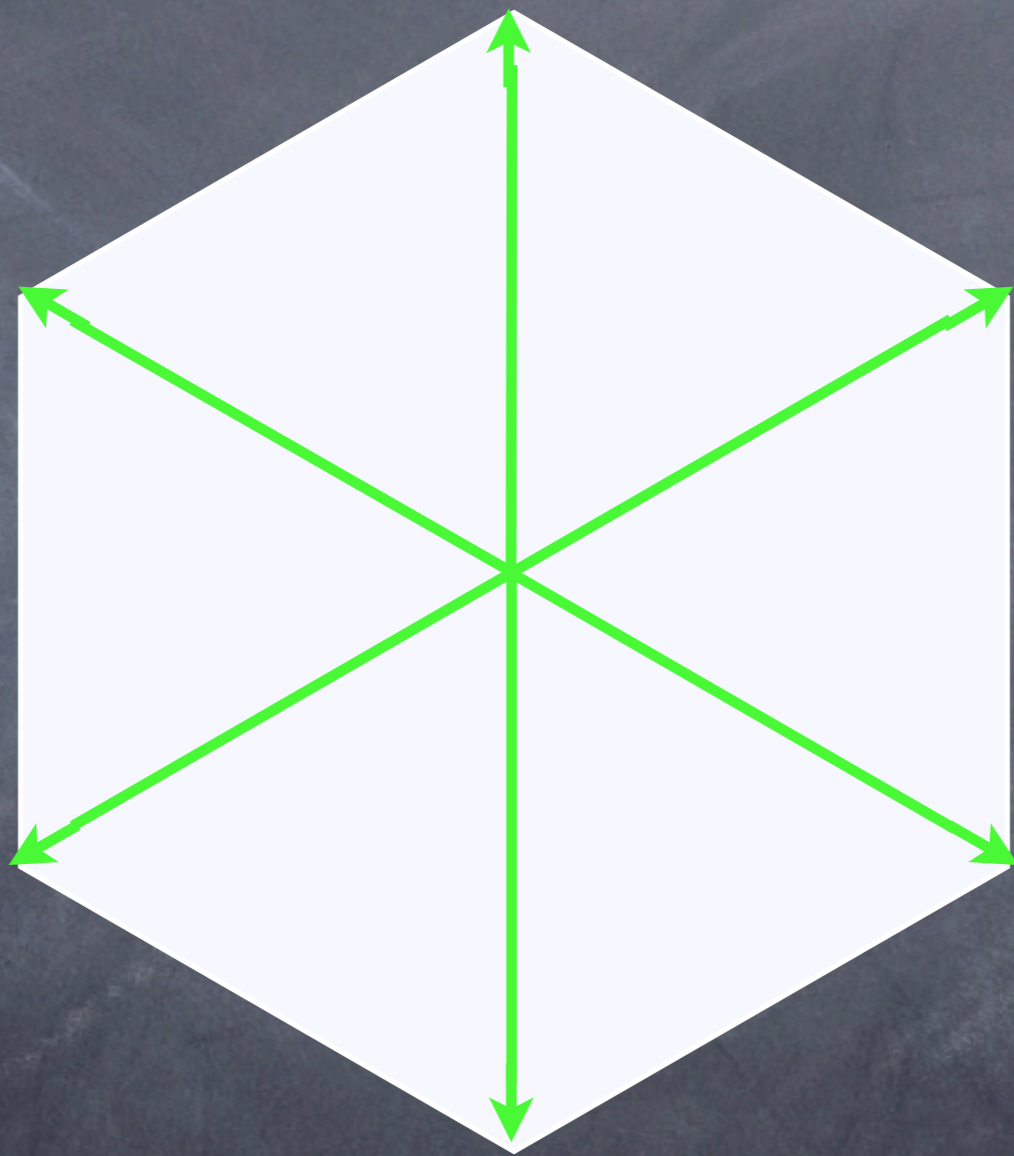
Tussendoor: voorstellingen via wortelsystemen

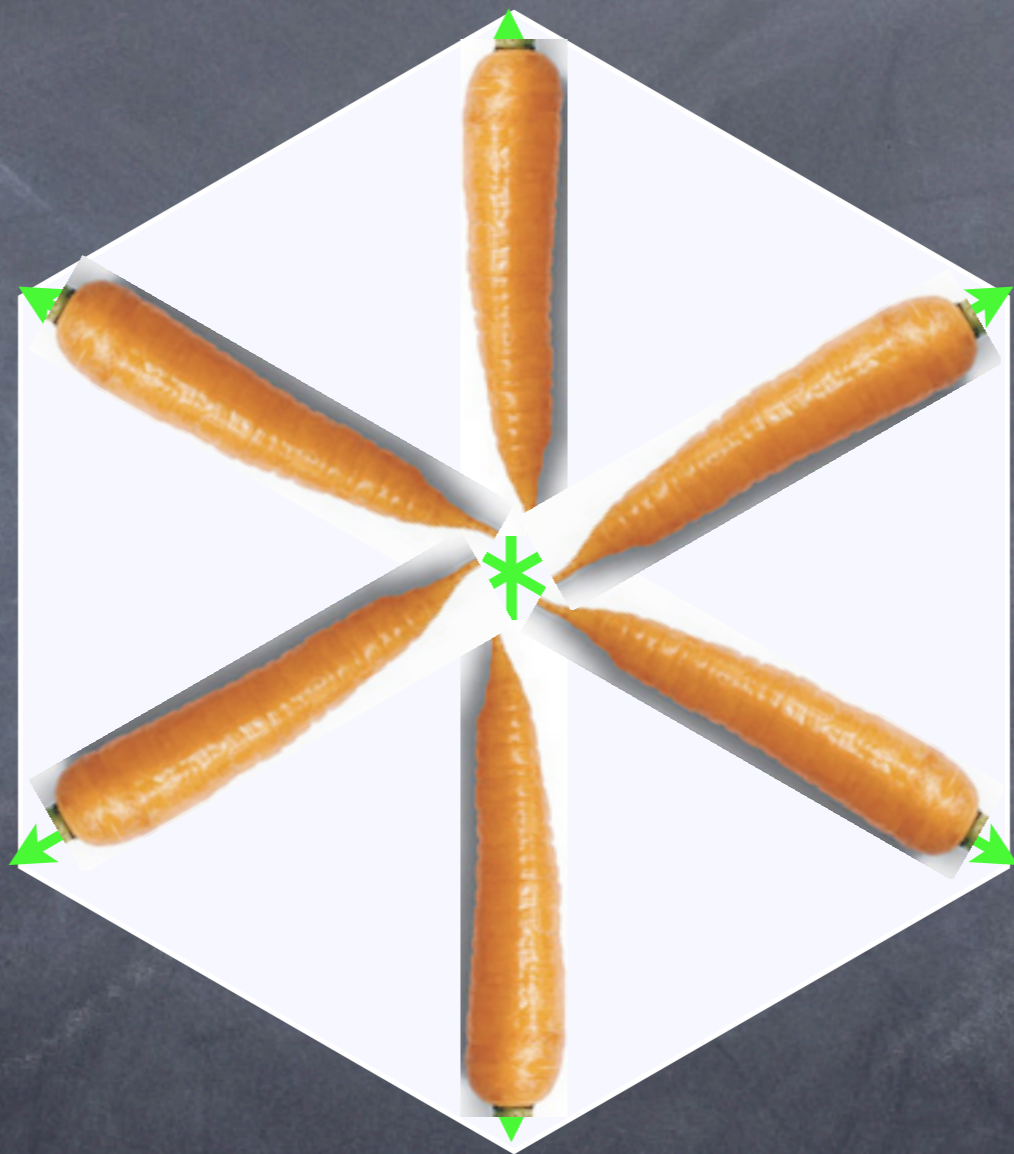


Tussendoor: wortelsysteem van E_8









De E_8 { Lie-meetkunde
Lie-groep
Lie-algebra

De E_8 { Lie-meetkunde
Lie-groep
Lie-algebra

- 120 spiegels bepalen 240 halfruimtes

De E_8 { Lie-meetkunde
Lie-groep
Lie-algebra

- 120 spiegels bepalen 240 halfruimtes
- Plus de 8 dimensies

De E_8 { Lie-meetkunde
Lie-groep
Lie-algebra

- 120 spiegels bepalen 240 halfruimtes
- Plus de 8 dimensies
- Via welbepaald algebraïsch algoritme

De E_8 { Lie-meetkunde
Lie-groep
Lie-algebra

- 120 spiegels bepalen 240 halfruimtes
- Plus de 8 dimensies
- Via welbepaald algebraïsch algoritme

⇒ 248-dimensionale complexe vectorruimte
met product → Lie-algebra!

De E_8 { Lie-meetkunde
Lie-groep
Lie-algebra

- 120 spiegels bepalen 240 halfruimtes
- Plus de 8 dimensies
- Via welbepaald algebraïsch algoritme

→ 248-dimensionale complexe vectorruimte
met product → Lie-algebra!


→ Lineaire afbeeldingen die dat product
bewaren → Lie-groep!



248-dimensionale complexe vectorruimte
met product \rightarrow Lie-algebra!



Lineaire afbeeldingen die dat product
bewaren \rightarrow Lie-groep!



setje van complexe
248 x 248 matrices

→ 248-dimensionale complexe vectorruimte
met product → Lie-algebra!

→ Lineaire afbeeldingen die dat product
bewaren → Lie-groep!

→ setje van complexe
248 x 248 matrices

→ Vectors die zich "speciaal" gedragen tov
dat product → Lie-meetkunde!

→ 248-dimensionale complexe vectorruimte met product → Lie-algebra!

→ Lineaire afbeeldingen die dat product bewaren → Lie-groep!

setje van complexe 248 x 248 matrices

→ Vectorsen die zich "speciaal" gedragen tov dat product → Lie-meetkunde!

blijkt een 57-dimensionaal complex multioppervlak te zijn

Voorbeeld

Eén spiegel

Twee halfruimtes }
Eén dimensie } ⇒ 3-dimensionale
Lie-algebra

Product van vectoren:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2bx - 2ay \\ az - cx \\ 2cy - 2bz \end{bmatrix}$$

Voorbeeld

Eén spiegel

$\left. \begin{array}{l} \text{Twee halfruimtes} \\ \text{Eén dimensie} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{3-dimensionale} \\ \text{Lie-algebra} \end{array}$

Product van vectoren:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2bx - 2ay \\ az - cx \\ 2cy - 2bz \end{bmatrix}$$

Anders geschreven:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} b & a \\ c & -b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y & x \\ z & -y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b & a \\ c & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y & x \\ z & -y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y & x \\ z & -y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b & a \\ c & -b \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} by+az & bx-ay \\ cy-bz & cx+by \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} by+cx & ay-bx \\ bz-cy & az+by \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} az-cx & 2bx-2ay \\ 2cy-2bz & cx-az \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Anders geschreven:

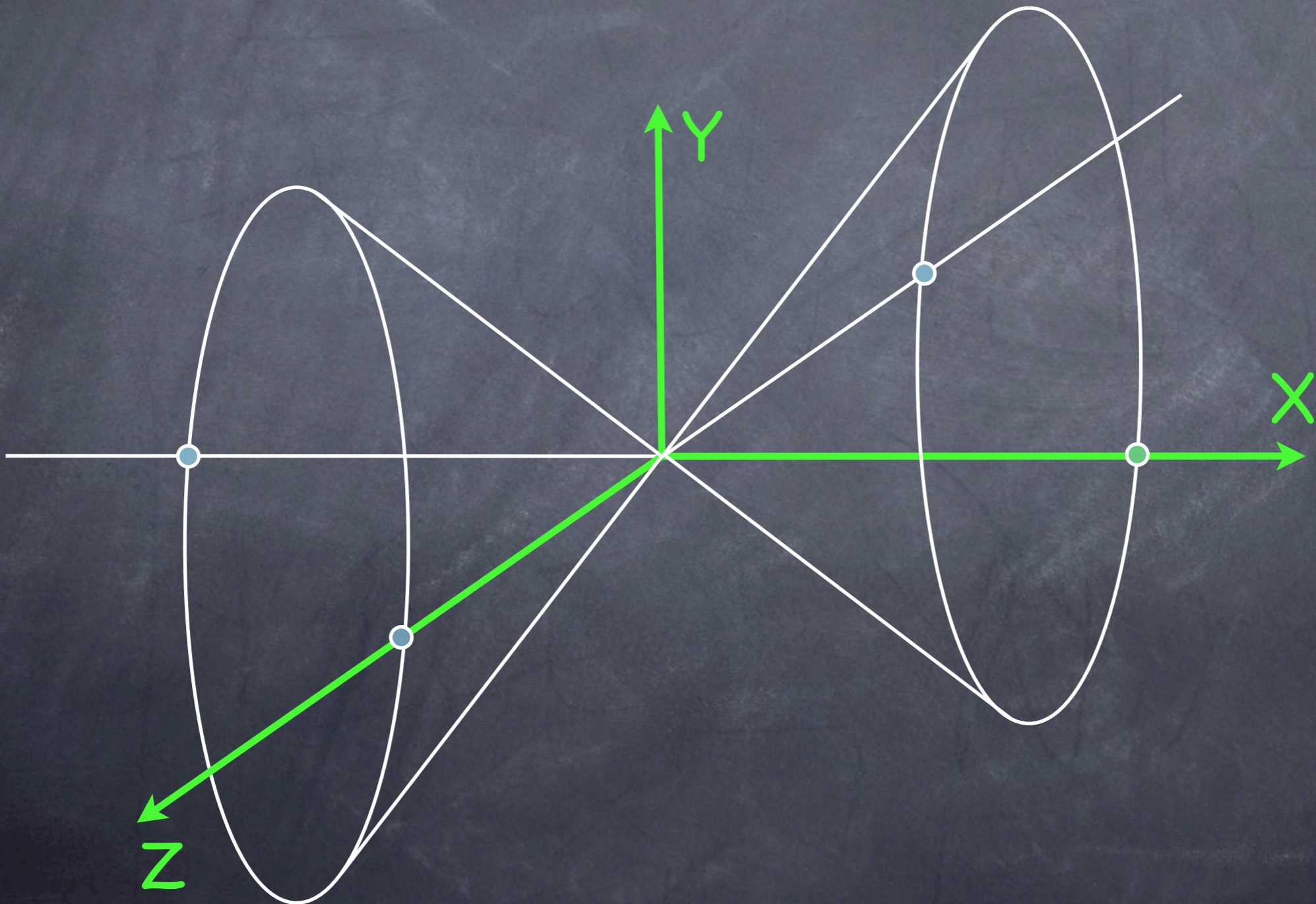
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} b & a \\ c & -b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y & x \\ z & -y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b & a \\ c & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y & x \\ z & -y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y & x \\ z & -y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b & a \\ c & -b \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} by+az & bx-ay \\ cy-bz & cx+by \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} by+cx & ay-bx \\ bz-cy & az+by \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} az-cx & 2bx-2ay \\ 2cy-2bz & cx-az \end{bmatrix} \end{aligned}$$



Matrices met determinant nul spelen een speciale rol en vormen de **Lie-meetkunde!**

De determinant van $\begin{bmatrix} y & x \\ z & -y \end{bmatrix}$ is nul als en slechts als $y^2 + xz = 0$

Het reëel deel is een kwadratische kegel:



Vanuit de oorsprong geprojecteerd is dit een ...

projectieve reële kegelsnede



Dit is de Lie-meetkunde $A_{1(1)}$

Via **coördinatentransformatie** kunnen we de vgl
van de kegel **wijzigen** in $x^2+y^2+z^2=0$

Via **coördinatentransformatie** kunnen we de vgl
van de kegel **wijzigen** in $x^2+y^2+z^2=0$

→ Geen **reële** vectoren meer (tenzij nulvector)

Via **coördinatentransformatie** kunnen we de vgl
van de kegel **wijzigen** in $x^2+y^2+z^2=0$

→ Geen **reële** vectoren meer

→ **Imaginaire** kegelsnede

Via **coördinatentransformatie** kunnen we de vgl
van de kegel **wijzigen** in $x^2+y^2+z^2=0$

- Geen **reële** vectoren meer
- **Imaginaire** kegelsnede
- Lie-meetkunde $A_{1(-3)}$

Via **coördinatentransformatie** kunnen we de vgl van de kegel **wijzigen** in $x^2+y^2+z^2=0$

→ Geen **reële** vectoren meer

→ **Imaginaire** kegelsnede

→ Lie-**meetkunde** $A_{1(-3)}$

→ Bijhorende Lie-**groep** bestaat uit lineaire **transformaties** die "isotrope" vectoren op elkaar afbeelden

Via **coördinatentransformatie** kunnen we de vgl van de kegel **wijzigen** in $x^2+y^2+z^2=0$

→ Geen **reële** vectoren meer

→ **Imaginaire** kegelsnede

→ Lie-**meetkunde** $A_{1(-3)}$

→ Bijhorende Lie-**groep** bestaat uit lineaire **transformaties** die "isotrope" vectoren op elkaar afbeelden

loodrecht
op zichzelf

Via **coördinatentransformatie** kunnen we de vgl van de kegel **wijzigen** in $x^2+y^2+z^2=0$

→ Geen **reële** vectoren meer

→ **Imaginaire** kegelsnede

→ Lie-**meetkunde** $A_{1(-3)}$

→ Bijhorende Lie-**groep** bestaat uit lineaire **transformaties** die "isotrope" vectoren op elkaar afbeelden

→ **Loodrechte stand** wordt **bewaard**

loodrecht
op zichzelf

Via **coördinatentransformatie** kunnen we de vgl van de kegel **wijzigen** in $x^2+y^2+z^2=0$

→ Geen **reële** vectoren meer

→ **Imaginaire** kegelsnede

→ Lie-**meetkunde** $A_{1(-3)}$

→ Bijhorende Lie-**groep** bestaat uit lineaire **transformaties** die "isotrope" vectoren op elkaar afbeelden

→ **Loodrechte stand** wordt **bewaard**

→ **Orthogonale transformaties**

loodrecht
op zichzelf

Situatie voor E_8 :

- Geprojecteerd vanuit de oorsprong:
Lie-meetkunde E_8 is 56-dimensionaal

Situatie voor E_8 :

- Geprojecteerd vanuit de oorsprong:

Lie-meetkunde E_8 is 56-dimensionaal

- In de standaardbasis is reëel gedeelte 56-

dimensional $\longrightarrow E_8(8)$

Situatie voor E_8 :

- Geprojecteerd vanuit de oorsprong:
Lie-meetkunde E_8 is 56-dimensionaal
- In de standaardbasis is reëel gedeelte 56-dimensional $\longrightarrow E_8(8)$
- Er is een basis waarin reëel gedeelte een andere 56-dimensionale meetkunde is $\longrightarrow E_8(-24)$

Situatie voor E_8 :

- Geprojecteerd vanuit de oorsprong:
Lie-meetkunde E_8 is 56-dimensionaal
- In de standaardbasis is reëel gedeelte 56-dimensional $\longrightarrow E_8(8)$
- Er is een basis waarin reëel gedeelte een andere 56-dimensionale meetkunde is $\longrightarrow E_8(-24)$
- Er is een basis waarin reëel gedeelte ledig wordt $\longrightarrow E_8(-248)$

Eigen onderzoek:

Eigen onderzoek:

- Elke niet-ledige Lie-meetkunde E_8 bevat tal van kegelsneden en kwadrieken

Eigen onderzoek:

- Elke niet-ledige Lie-meetkunde E_8 bevat tal van kegelsneden en kwadrieken
- De maximale kwadrieken zijn niet-ontaard

Eigen onderzoek:

- Elke niet-ledige Lie-meetkunde E_8 bevat tal van kegelsneden en kwadrieken
- De maximale kwadrieken zijn niet-ontaard
- Doctoraat van Anneleen De Schepper: op het niveau E_6 vinden we vijf nieuwe Lie-meetkundes met ontaarde maximale kwadrieken

Eigen onderzoek:

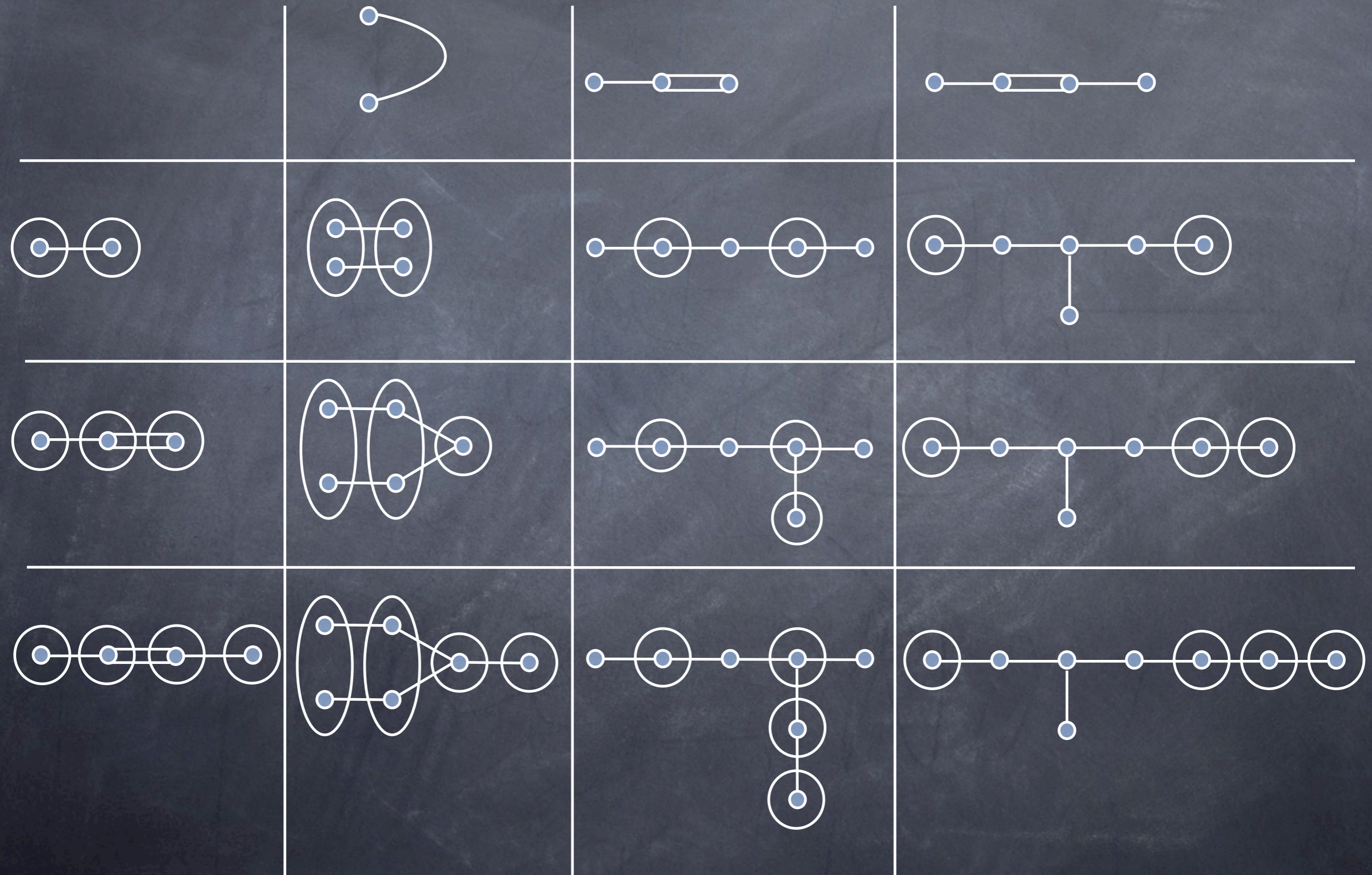
- Elke niet-ledige Lie-meetkunde E_8 bevat tal van kegelsneden en kwadrieken
- De maximale kwadrieken zijn niet-ontaard
- Doctoraat van Anneleen De Schepper: op het niveau E_6 vinden we vijf nieuwe Lie-meetkundes met ontaarde maximale kwadrieken
- Deze leggen een discrete link tussen $E_{6(6)}$ en $E_{6(-26)}$

Eigen onderzoek:

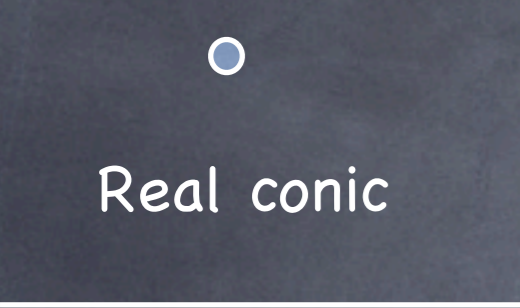
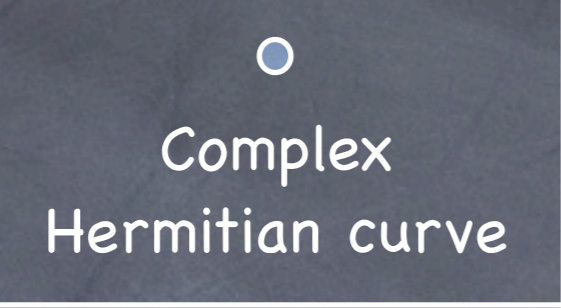
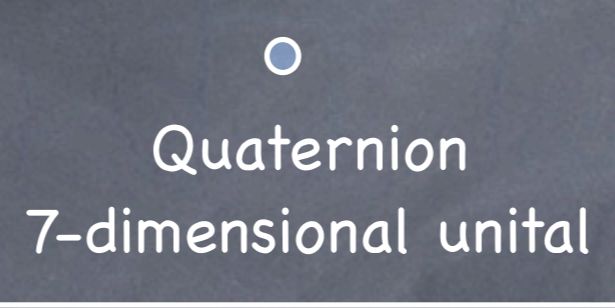
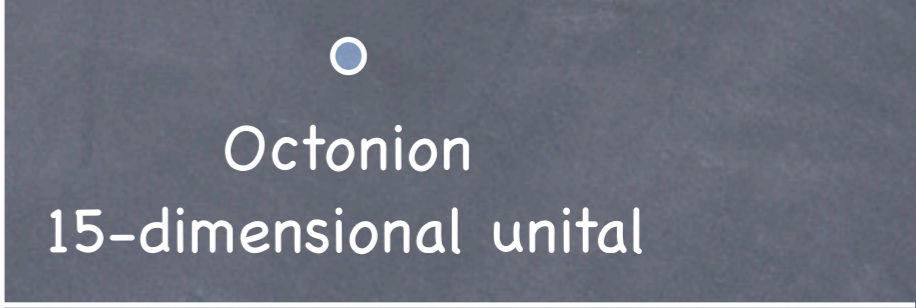
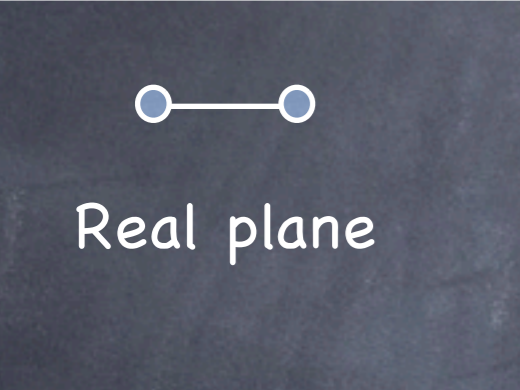
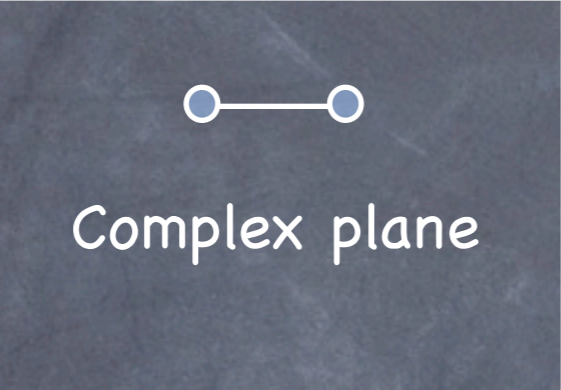
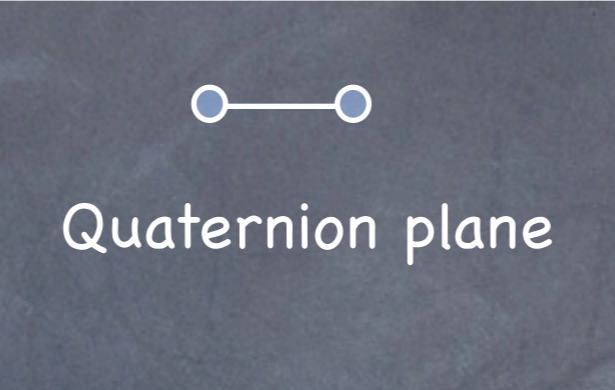
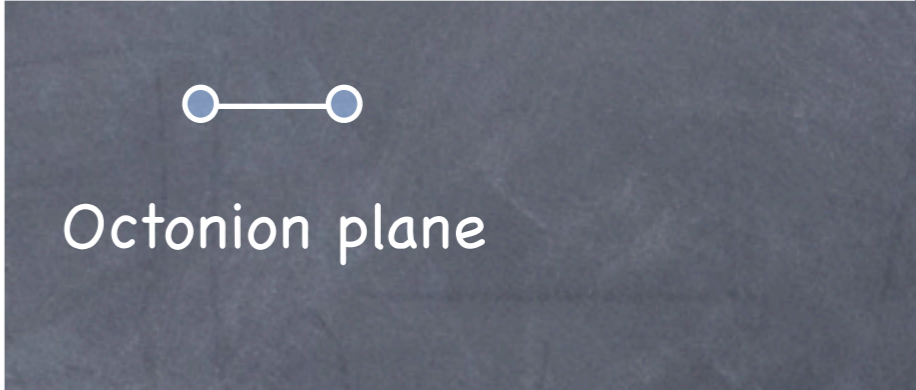
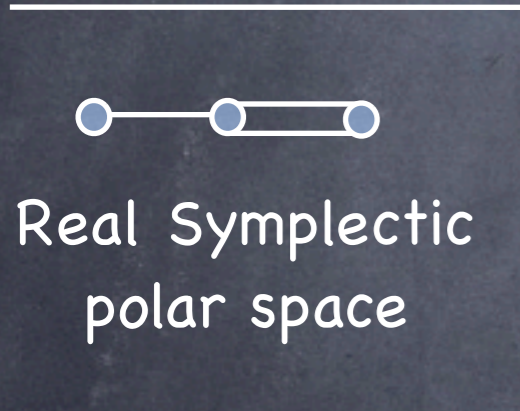
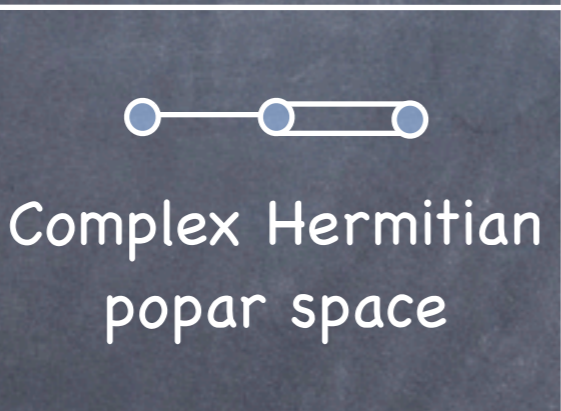
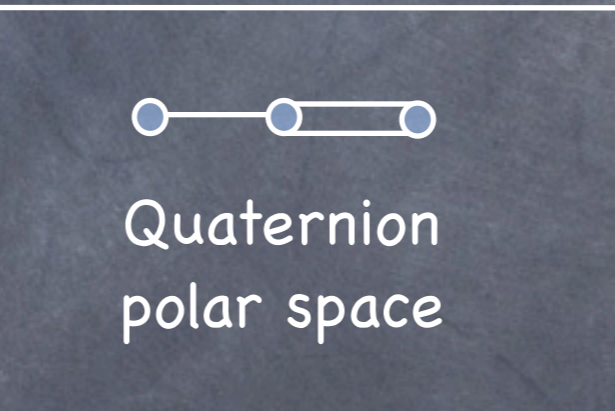
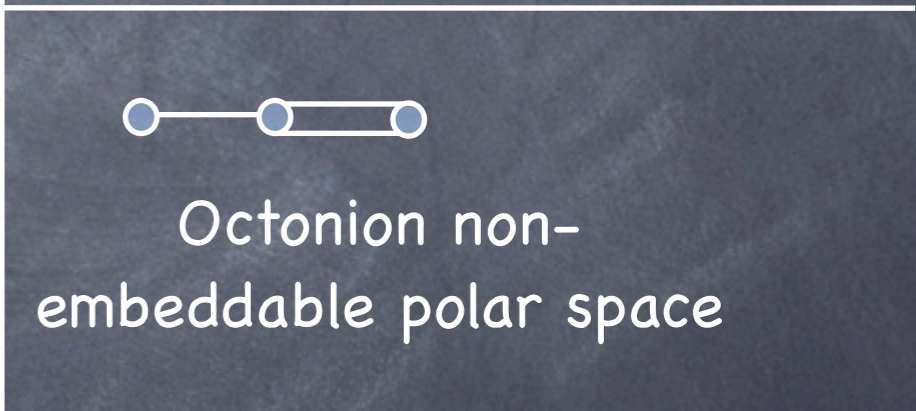
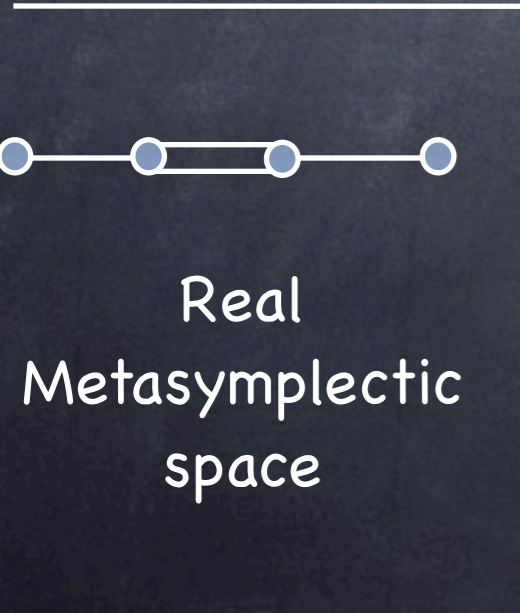
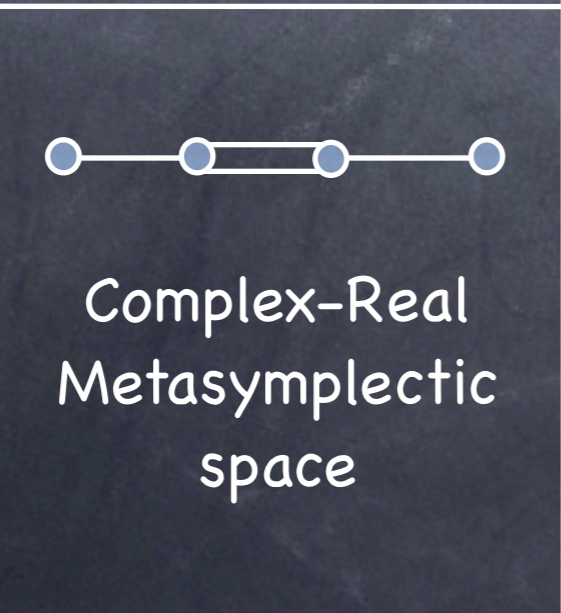
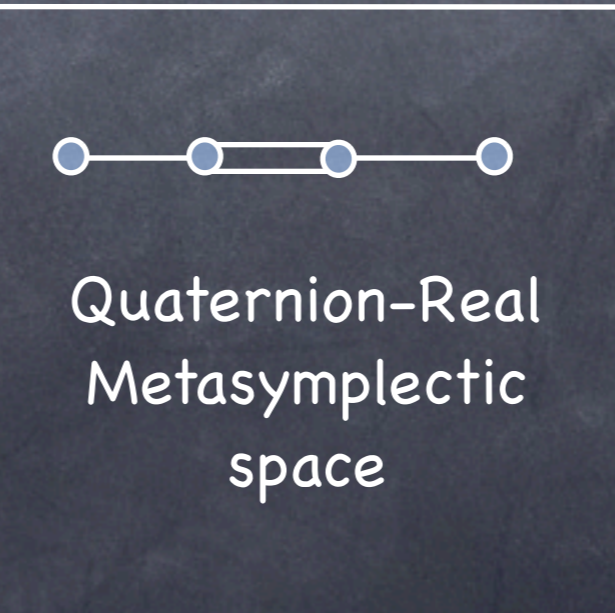
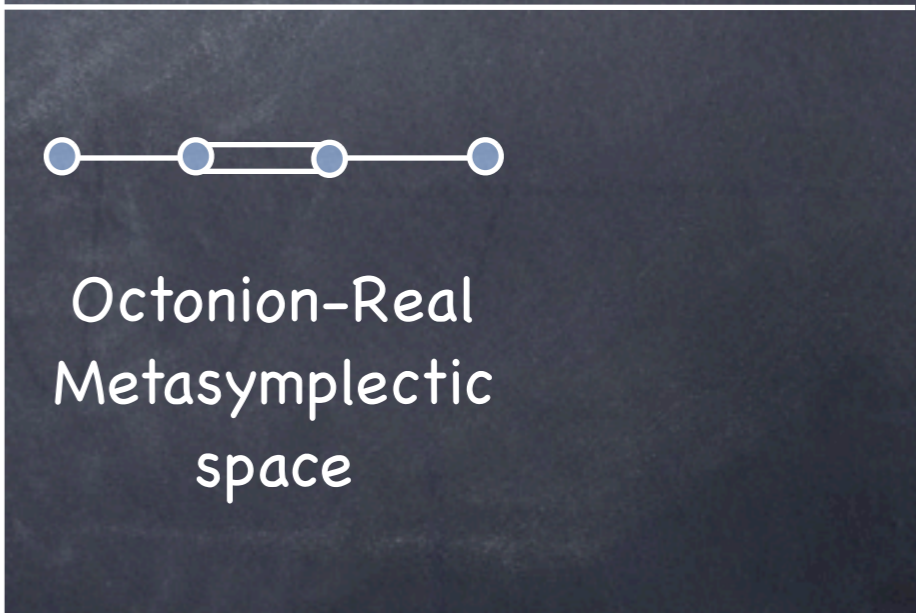
- Elke niet-ledige Lie-meetkunde E_8 bevat tal van kegelsneden en kwadrieken
- De maximale kwadrieken zijn niet-ontaard
- Doctoraat van Anneleen De Schepper: op het niveau E_6 vinden we vijf nieuwe Lie-meetkundes met ontaarde maximale kwadrieken
- Deze leggen een discrete link tussen $E_{6(6)}$ en $E_{6(-26)}$
- Uitbreiden naar E_8

Dank voor de aandacht

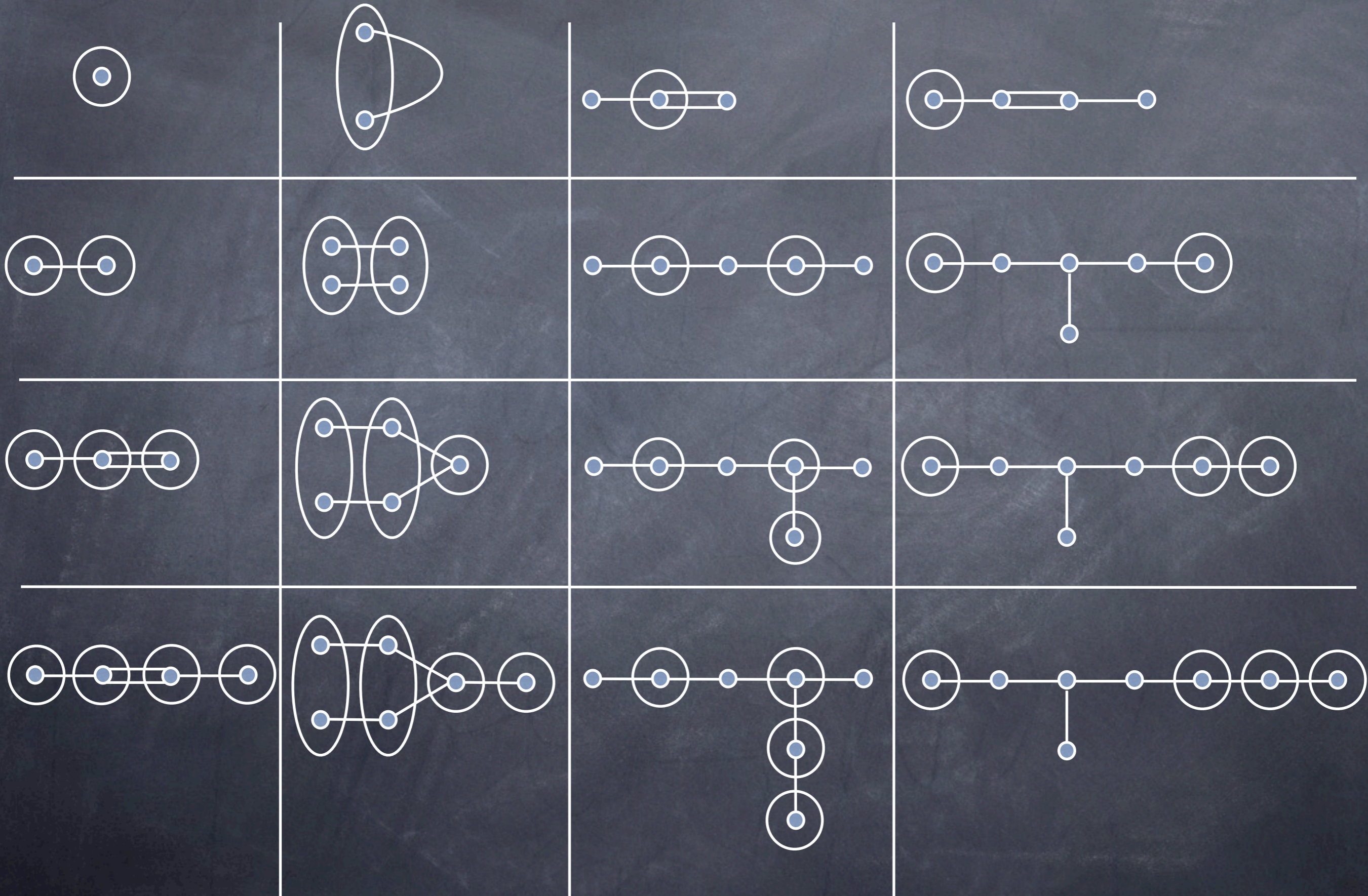
Freudenthal-Tits Magic Square




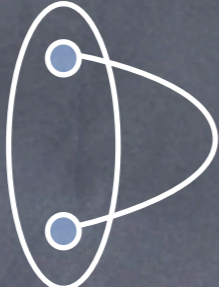



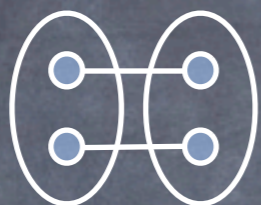



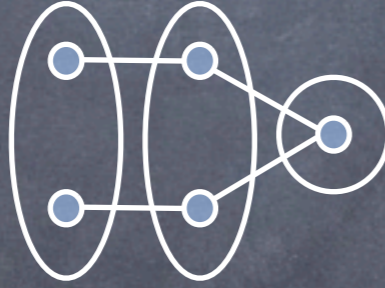



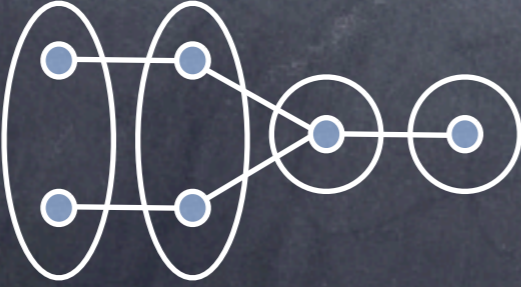
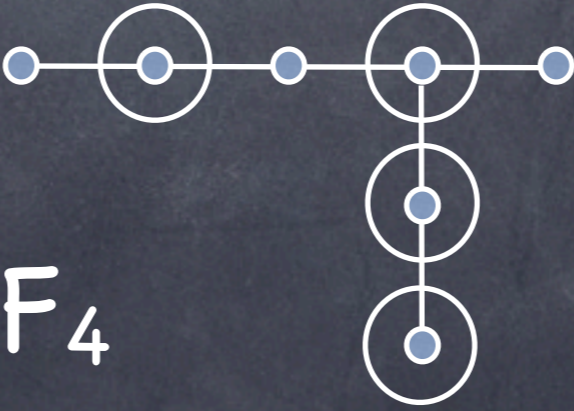

Freudenthal-Tits Magic Square

 <p>Real conic</p>	 <p>Complex Hermitian curve</p>	 <p>Quaternion 7-dimensional unital</p>	 <p>Octonion 15-dimensional unital</p>
 <p>Real plane</p>	 <p>Complex plane</p>	 <p>Quaternion plane</p>	 <p>Octonion plane</p>
 <p>Real Symplectic polar space</p>	 <p>Complex Hermitian popar space</p>	 <p>Quaternion polar space</p>	 <p>Octonion non-embeddable polar space</p>
 <p>Real Metasymplectic space</p>	 <p>Complex-Real Metasymplectic space</p>	 <p>Quaternion-Real Metasymplectic space</p>	 <p>Octonion-Real Metasymplectic space</p>


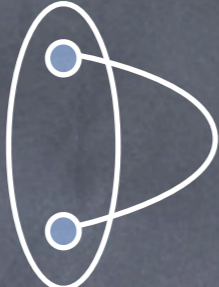



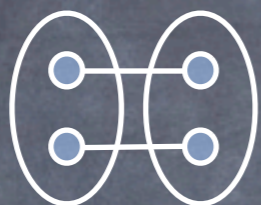



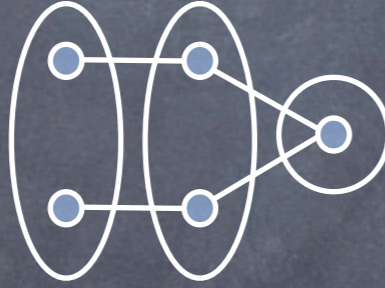



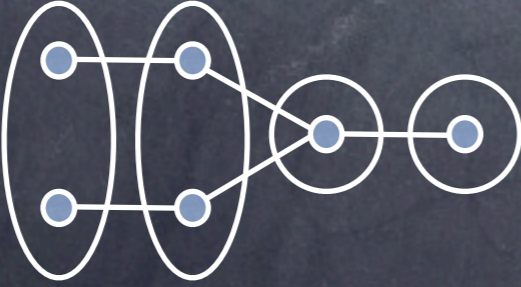


Freudenthal-Tits Magic Square



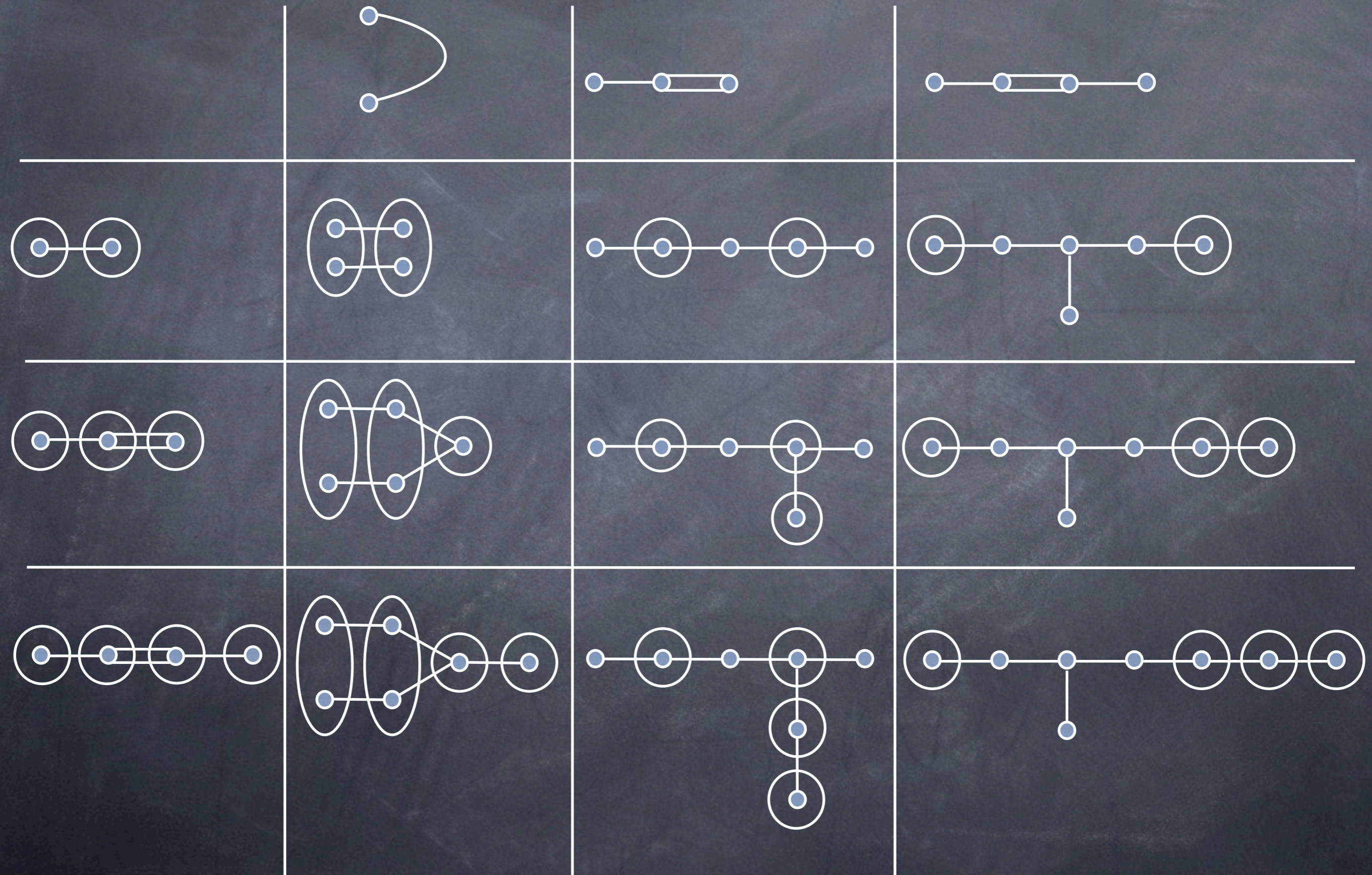
Freudenthal-Tits Magic Square

 <p>A_1</p>	 <p>A_1</p>	 <p>A_1</p>	 <p>A_1</p>
 <p>A_2</p>	 <p>A_2</p>	 <p>A_2</p>	 <p>A_2</p>
 <p>C_3</p>	 <p>C_3</p>	 <p>C_3</p>	 <p>C_3</p>
 <p>F_4</p>	 <p>F_4</p>	 <p>F_4</p>	 <p>F_4</p>

Freudenthal-Tits Magic Square

 <p>A_1</p>	 <p>A_2</p>	 <p>C_3</p>	 <p>F_4</p>
 <p>A_2</p>	 <p>$A_2 \times A_2$</p>	 <p>A_5</p>	 <p>E_6</p>
 <p>C_3</p>	 <p>A_5</p>	 <p>D_6</p>	 <p>E_7</p>
 <p>F_4</p>	 <p>E_6</p>	 <p>E_7</p>	 <p>E_8</p>

Freudenthal-Tits Magic Square



Freudenthal-Tits Magic Square

