

Thesisonderwerpen Wiskundige Natuurkunde

editie 2009-2010

Hieronder zal u een aantal thesisvoorstellen voor het academiejaar 2009-2010 aantreffen. De onderwerpen leunen aan bij het onderzoek van de groep Wiskundige Natuurkunde (Henri Verschelde, Hans Dierckx, David Dudal, Jutho Haegeman, Dirk Teerlinck, Karel Van Acoleyen, Nele Vandersickel, Jos Van Doorselaere, David Vercauteren). Uiteraard kan U Uw persoonlijke interesses (op fysicagebied) ook altijd eens komen bespreken met ons, die meestal te vinden zijn in gebouw S9, eerste verdiep.

Inhoudsopgave

1 Theoretische aspecten van sterk gecorreleerde kwantumsystemen en kwantum computing	2
2 Numerieke methoden voor sterk gecorreleerde kwantumsystemen en kwantumveldentheorieën op het rooster	5
3 Glueballs in QCD	8
4 Bosonizatie in 2D veldentheorieën	9
5 Gribov ijkkopieën en hun effecten in Yang-Mills ijkttheorie	10
6 Aspecten van het quark-gluon plasma	11
7 Een holografische beschrijving van supergeleiding	12
8 Deconfinement fasetransitie en magnetische strings in een holografisch model van QCD	13
9 Dynamica van rotorfilamenten in de hartspier	14
10 Rechtstreekse beeldvorming van kliefvlakken in het hart met diffusie MRI	15
11 Numerieke simulatie van front- en filamentdynamica in het hart	16

1 Theoretische aspecten van sterk gecorreleerde kwantumsystemen en kwantum computing

Promotor: Henri Verschelde

Info en begeleiding: Jutho Haegeman en Henri Verschelde

Algemene inleiding

Kwantummechanische systemen kunnen zich op fundamenteel andere wijze gedragen dan hun klassieke varianten. Zo is verstrengeling (entanglement) zonder twijfel één van de meest tot de verbeelding sprekende aspecten van kwantumsystemen. Verstrengeling laat een ogenblikkelijke actie over elke afstand toe, zonder hierdoor in strijd te zijn met de relativiteitstheorie van Einstein. De laatste decennia is de theorie van verstrengeling een volwaardige onderzoeksdiscipline geworden, in het bijzonder in het kader van kwantuminformatietheorie. Verstrengeling ligt immers aan de basis van de hogere rekensnelheid en efficiëntie die een potentiële kwantumcomputer ooit zal kunnen bieden. Een interessante maat voor verstrengeling is de verstrengelingsentropie. Deze speelt de rol van de klassieke informatie-entropie (Shannon-entropie) in de kwantumversie van compressie. Hoe hoger de verstrengelingsentropie, des te moeilijker de informatie in het kwantumsysteem kan worden gecomprimeerd.

Het is echter ook duidelijk geworden dat de invloed van verstrengeling ver buiten het domein van de kwantuminformatie reikt. Verstrengeling speelt ook een fundamentele rol bij de karakterisering van mogelijke fenomenen of fasen in sterk gecorreleerde kwantumsystemen. Verstrengeling is immers de oorzaak van de niet-klassieke correlaties in kwantumsystemen, en het gedrag van correlaties, en dus van de verstrengeling, geeft aan of systemen zich in een kritische toestand bevinden. Kritische systemen worden gekenmerkt door het verdwijnen van de energiekloof tussen de grondtoestand en de laagste gexciteerde toestanden. In laag-dimensionale systemen is er een hele waaier aan mogelijkheden. Kwantumcorrelaties kunnen enerzijds verantwoordelijk zijn voor spontane symmetriebreking die niet aanwezig is in de klassieke theorie. Anderzijds is het ook mogelijk dat een symmetrie die reeds op het klassieke niveau gebroken is, door kwantumcorrelaties opnieuw wordt hersteld. Dit is bijvoorbeeld de inhoud van het Coleman-Mermin-Wagner-Hohenberg theorema. Wanneer dit in spinsystemen gebeurt spreekt men van spinvloeistoffen. Het symmetrieherstel gaat dan vaak ook gepaard met een ontarding van de grondtoestand. Dit werd rigoureus bewezen voor ééndimensionale antiferromagneten in het Lieb-Schultz-Mattis theorema, en werd recent uitgebreid door Hastings voor hogere dimensies. In het bijzonder zijn spinsystemen in twee dimensies een actief onderzoeksonderwerp, waar een verschillende mogelijkheden van ordening van spins mogelijk zijn, en het heel moeilijk theoretisch te voorspellen valt welke mogelijkheid met de laagste energietoestand overeenkomt.

Een bijzonder “hot topic” is de vorming van topologische orde. Deze exotische fasen van kwantumtoestanden zijn gerelateerd, niet aan de symmetrie-inhoud van de theorie, maar aan de topologie van de ruimte waarop dit systeem leeft. Toestanden met topologische orde zijn stabiel ten opzichte van lokale perturbaties. De interesse in dergelijke toestanden is er vanuit de onderzoeksdomein van de kwantumcomputers. Het grote probleem dat de verdere ontwikkeling van kwantumcomputers in de weg staat, is het feit dat de verstrengeling tussen de qubits, die noodzakelijk is voor de exponentile versnelling die we van een kwantumcomputer verwachten, vernield worden door interacties met de omgeving. Dit proces wordt decoherentie genoemd. Wanneer men echter de qubits van een kwantumcomputer kan coderen in toestanden met topologische orde, dan zullen interacties met de omgeving niet in staat zijn de verstrengeling in deze toestand te vernielen. De gecontroleerde creatie van dergelijke toestanden zou dus een groot probleem in de verdere ontwikkeling van kwantumcomputers

oplossen. Er zijn echter ook nog heel wat theoretische vraagstukken verbonden aan dergelijke aanpak.

Hieronder volgen een aantal mogelijke thesisvoorstellen in de verschillende besproken domein. Deze onderwerpen zijn niet scherp afgelijnd, en er kan gewerkt worden in de richting die de student het meest interessant lijkt. Deze onderwerpen zijn theoretisch van aard en bestaan hoofdzakelijk uit een studie van de literatuur over dit onderwerp. De inzichten in verband met verstrengeling hebben echter ook tot grote praktische doorbraken geleid, op het gebied van numerieke simulaties van sterk gecorreleerde kwantumsystemen. Dit wordt verder besproken in de thesisonderwerpen met de titel “Numerieke methoden voor sterk gecorreleerde kwantumsystemen en kwantumveldentheorieën op het rooster”.

- **Topologische kwantumorde en kwantumrekenen met niet-abelse anyonen**

Het gebruik van systemen met topologische orde in kwantum computers is een heel actueel onderzoeksgebied. Microsoft heeft zelfs een volledig onderzoekscentrum opgericht dat zijn aandacht hieraan wijdt (Station Q). De aangenomen manier van werken is om te zoeken naar twee-dimensionale systemen met topologische orde. In twee dimensies zijn de fundamentele excitaties van zulke systemen immers anyonen, dit zijn deeltjes met veralgemeende spin en statistiek. Met andere woorden, deze deeltjes hebben eigenschappen die tussen die van bosonen en fermionen in zweven. Het is een bijzondere klasse van deze anyonen, de zogenaamde niet-abelse anyonen die nuttig zijn voor kwantum computers. Enerzijds kan bijvoorbeeld gekeken worden naar de implementatie van enkele kwantumalgoritmen met behulp van deze anyonen. Een andere mogelijkheid is om deze scriptie te concentreren op de fysica van deze anyonen zelf. Een mogelijkheid hier is bijvoorbeeld een gedetailleerde studie van het Kitaev model, een exact oplosbaar spinsysteem dat niet-abelse anyonen als excitaties vertoont. Verder zijn er ook de string-net modellen van Wen en Levin, en is een volledige classificatie van topologische orde mogelijk. Naar gelang de interesse kunnen heel wat elementen uit de topologie worden toegepast in deze scriptie, zodat dit ook voor de wiskundig georiënteerde student een uiterst interessant onderwerp is.

- **Studie van verstrengeling in lokaal interagerende kwantumsystemen**

Uit de algemene inleiding mag het belang van het concept van verstrengeling in kwantumsystemen blijken. In het bijzonder is het schalingsgedrag van de verstrengelingsentropie heel interessant. Normaal wordt aan het begrip entropie een extensieve grootte geassocieerd, evenredig met het volume. De verstrengeling tussen twee delen van een lokaal interagerend kwantumstelsel blijkt echter evenredig met het scheidingsoppervlak. Deze oppervlaktewet is een gevolg van het feit dat de interacties tussen beide delen slechts doordringen tot op een afstand van de orde van de correlatielengte. Enkel voor een kritisch systeem, wanneer de correlatielengte divergeert, zijn logaritmische correcties op de oppervlakteweg mogelijk. Dit is in het bijzonder het geval in één-dimensionale systemen, waar de schalingswetten reeds werden voorspeld met behulp van conforme veldentheorie. In hoger dimensionale kritische systemen blijken deze logaritmische correcties niet op te treden voor bosonische systemen, maar wel voor (sommige) fermionische systemen. Recent zijn een aantal publicaties verschenen die dit verschijnsel trachten te verklaren. Verder is het ook interessant om te kijken naar de verstrengelingsentropie van toestanden met topologische orde. Tot slot wordt een oppervlaktewet ook terug gevonden in de ogenschijnlijk ongerelateerde entropie van een zwart gat, berekend met behulp van snaartheorie. Deze zou een gevolg zijn van het holografisch principe, zoals gepostuleerd door 't Hooft. Deze connectie vereist echter enige kennis van snaartheorie en is dus moeilijker toegankelijk in een thesisonderwerp.

- **Kwantummagnetisme: Heisenberg (anti)ferromagneten en valentieband toestanden**

Reeds van bij het begin van de kwantummechanica was er een bijzondere interesse voor systemen bestaande uit interagerende spins. In de eerste plaats zijn dit modellen die magnetisme in vaste stoffen kunnen verklaren. Het eerste model van interagerende spins werd reeds gedefinieerd door Heisenberg. Tegenwoordig is heel veel geweten over magneten en antiferromagneten in één dimensie. In één dimensie blijkt er bijvoorbeeld een grote afhankelijkheid van het feit of met halftallige of met heeltallige spins wordt gewerkt. In een padintegraalkwantisatie van spinsystemen treedt een zogenaamde Berry-fase op die ervoor zorgt dat kwantumcorrelaties een totaal verschillend effect hebben in systemen met halftallige spin dan in systemen met heeltallige spin. Zo is er een conjecture van Haldane die stelt dat de ééndimensionale Heisenbergmagneet met heeltallige spin steeds een energiekloof zal vertonen, terwijl de corresponderende halftallige spinsystemen massalozе excitaties vertonen en dus kritisch zijn. In hogere dimensies is de afhankelijkheid van de spin minder van belang, maar is het bepalen van de mogelijke orde die een bepaald spinsysteem kan vertonen in het algemeen een heel moeilijk probleem. Deze modellen worden in de natuur teruggevonden, onder andere in kristalstructuren met elementen uit de groep van de rare-aarde-metalen (lanthanoiden). Dit zijn typisch de systemen die na dopering kunnen aanleiding geven tot hoge-temperatuur supergeleiders. Zoals reeds vermeld kan het ook gebeuren dat er helemaal geen spinordering optreedt, in welk geval we te maken hebben met een spinvloeistof. Het systeem vertoont dan een energiekloof. Er bestaan exact oplosbare modellen voor dergelijke spinvloeistoffen, in de zin van de zogenaamde valentiebandtoestanden. Het zijn deze toestanden die hebben geleid tot de matrixproducttoestanden en zijn hoger dimensionale uitbreidingen die gebruikt worden in de numerieke simulaties van sterk gecorreleerde kwantumtoestanden. Deze toestanden hebben echter ook hun nut op theoretisch vlak. Zo kan er bewezen worden dat ze steeds de grondtoestand zijn van een lokale Hamiltoniaan met een energiekloof, en dat ze voldoen aan de oppervlaktewet voor de verstrengelingsentropie. Tot slot kan voor het Heisenberg-model ook een ijktheorie worden gedefinieerd, zoals voor het eerst opgemerkt door Affleck, Zou, Hsu en Anderson. Het mag duidelijk blijken dat dit onderwerp uitermate ruim is en de student volop toelaat om zich te verdiepen in de richting die hem of haar het meeste aanspreekt.

2 Numerieke methoden voor sterk gecorreleerde kwantumsystemen en kwantumveldentheorieën op het rooster

Promotor: Henri Verschelde

Info en begeleiding: Jutho Haegeman en Henri Verschelde

Algemene inleiding

Zoals beschreven in de inleiding van “Theoretische aspecten van sterk gecorreleerde kwantumsystemen en kwantum computing”, is het inzicht in kwantumveeldeeltjessystemen de laatste decennia sterk toegenomen, onder invloed van begrippen uit het domein van de kwantuminformatietheorie. In het bijzonder staat het begrip verstrengeling hier centraal. Zoals uitgelegd speelt verstrengeling een fundamentele rol in de verschillende fasen die een kwantumtoestand kan aannemen. Een opmerkelijk feit is dat deze verstrengeling aan bepaalde wetmatigheden blijkt te voldoen in lokaal interagerende kwantumsystemen. Zo blijkt de verstrengelingsentropie van een gebied steeds te schalen met de oppervlakte, en niet het volume, van dat gebied. De oppervlaktewet voor lokaal interagerende systemen geeft te kennen dat grondtoestanden van deze kwantumsystemen een speciale klasse vormen, die beter gecomprimeerd (of benaderd) kan worden dan een willekeurige kwantumtoestand, waarvoor de verstrengelingsentropie wel volgens het volume zou schalen. Deze vaststelling heeft geleid tot nieuwe efficiënte simulatietechnieken. In het bijzonder werden nieuwe klassen van toestanden geconstrueerd met de correcte entropieschaling, die uitermate geschikt zijn voor (doch niet beperkt tot) de beschrijving van grondtoestanden voor kwantumsystemen op het rooster.

In één dimensie gaat het om de zogenaamde matrixproducttoestanden. Het werd vrij snel duidelijk dat deze toestanden de vaste punten vormen van de reeds bestaande numerieke renormalisatiegroep en de dichtheidsmatrix-renormalisatiegroep. Deze methoden hadden reeds hun nut bewezen bij de beschrijving van de grondtoestand en laagste geëxciteerde toestanden van ééndimensionale spinroosters. Het gebruik van matrixproducttoestanden laat echter toe deze methoden te formuleren als echte variationele optimalisaties over een specifieke klasse van toestanden, die ongelimiteerd kan verbeterd worden en exact wordt wanneer een specifieke parameter naar oneindig kan gaan. Bovendien is het met behulp van de matrixproducttoestanden mogelijk roostersystemen bij eindige temperatuur te beschrijven, specifieke momentumeigentoestanden te creëren of zelfs de tijdsevolutie te bestuderen na een perturbatie in het systeem. De uitbreiding naar twee dimensies leidt tot de zogenaamde “Projected Entangled Pair States”. Efficiënte berekeningen met deze toestanden zijn enkel nog benaderd mogelijk, maar dit vormt geen belemmering en er kunnen nog steeds heel krachtige resultaten worden bekomen.

Al deze recente ontwikkelingen kunnen ook worden toegepast op kwantumveldentheorieën die worden gediscretiseerd op een rooster. Het gebruik van dergelijke variationele technieken biedt vele voordelen ten opzichte van de Monte Carlo aanpak, die tot nu toe alleenheerser is in de wereld van numerieke simulaties van kwantumveldentheorie op het rooster. Zo hebben Monte Carlo technieken problemen met fermionen (of dus met alle materiedeeltjes). Verder kunnen met Monte Carlo technieken enkel correlaties en verwachtingswaarden worden uitgerekend, en blijft de kwantummechanische golffunctie onbepaald. Met variationele methoden wordt wel een benadering voor de echte golffunctie bepaald, en kan nadien elke gewenste grootte worden berekend. Problemen met fermionen verdwijnen, en sommige technieken kunnen met behulp van translatie-invariantie zelfs de grondtoestand op een oneindige rooster bepalen.

We formuleren nu enkele concrete thesisvoorstellen, die nauw aansluiten bij het huidige onderzoek, en dus als richtlijn kunnen dienen.

- **Eéndimensionale spinsystemen en veldentheorieën bij eindige temperatuur**
Het gebruik van matrixproducttoestanden voor de beschrijving van grondtoestanden en gexciteerde toestanden werd reeds uitgebreid bestudeerd in deze groep. In deze scriptie zal een algoritme worden gecomplementeerd dat in staat is deze simulaties te herhalen bij eindige temperatuur. Hierdoor is het mogelijk het volledige fasediagram van het bestudeerde model te berekenen. Met een lichte variatie van dit algoritme kan men ook de tijdsevolutie van het systeem bestuderen na een verstoring. Dit kan bijvoorbeeld gebruikt worden om de exacte Greense functies te berekenen, die enorm nuttig zijn in experimentele waarnemingen.
- **Projected Entangled Pair States op eindige en oneindige roosters**
“Projected Entangled Pair States” vormen de natuurlijke uitbreiding van de matrixproducttoestanden naar meerdere dimensies. Deze werden recent ontwikkeld (2004). Net zoals in het ééndimensionale geval bestaan er algoritmen voor eindige roosters en voor translatie-invariante oneindige roosters. Hierbij zijn er toch een aantal complicaties. Vooreerst is er geen natuurlijke uitbreiding van de singuliere waardende-compositie voor matrices naar hogere orde tensoren. Het toepassen van de singuliere waardende-compositie op matrixproducttoestanden leidde tot een aantal handige orthonormaliteitsrelaties die nu niet langer kunnen worden gebruikt. Verder voorspelt de oppervlaktewet voor een ééndimensionaal systeem een constante schalingsafhankelijkheid (of dus: geen schaling), terwijl voor een twee- of meerdimensionaal systeem er wel een schalingsafhankelijkheid is. Daardoor neemt de complexiteit van de implementatie en het benodigde rekenvermogen snel toe in hogere dimensies. In deze scriptie zal geholpen worden aan de implementatie van een PEPS-algoritme voor een zeshoekig rooster, wat nog niet werd gedaan in de literatuur. Indien hiervoor interesse bestaat, kan getracht worden het PEPS-algoritme te paralleliseren.
- **String-bond states en variationele Monte Carlo-aanpak**
Als alternatief voor de Projected Entangled Pair States werden heel recent (2007) de zogenaamde “String-bond States voorgesteld”. Hierbij worden aan het meerdimensionale rooster verschillende strings van ééndimensionale matrixproducten toegekend. Deze kunnen langs de roosterassen gelegen zijn, maar ook gesloten trajecten volgen. De grondtoestand wordt beschreven door het geheel van deze strings. Met zulke klasse van toestanden valt efficiënter te rekenen dan met PEPS. Ook kan een variationeel Monte-Carlo-algoritme worden gebruikt, dat de efficiëntie verder ten goede komt. De vraag is echter of deze klasse van toestanden ook ruim genoeg is om de grondtoestand van alle lokaal interagerende kwantumsystemen nauwkeurig te benaderen. Er is immers niet meer onmiddellijk voldaan aan de vereiste entropieschaling. In dit project zal de implementatie van het “String-bond State” algoritme nagestreefd worden.
- **Renormalisatie van verstrengeling en de MERA-toestanden**
De matrixproducttoestanden en hun hoger dimensionale uitbreidingen zijn ontstaan uit de dichtheidsmatrix-renormalisatiegroep. De te benaderen toestand van het kwantumsysteem wordt beschreven door een laag van tensoren. Het is echter ook mogelijk de toestand te beschrijven door verschillende lagen van tensoren, de zogenaamde “Tensor Network States”. Een specifieke manier om dit te verwezenlijken is met behulp van verstrengelingsrenormalisatie. Hieruit ontstaan dan de MERA-toestanden (Multiscale Entanglement Renormalisation Ansatz). De extra dimensie waarin de verschillende lagen zich bevinden stelt de schaal voor. Elke laag stelt dus een herschaalde versie van dezelfde toestand voor. De grootte van deze dimensie (of dus het aantal lagen) is logaritmisch afhankelijk van de grootte van het systeem. In niet-kritische systemen zal deze herschaling uiteindelijk leiden tot een volledig gefactoriseerde toestand op het

hoogste niveau. Kritische systemen daarentegen zijn schaalinvariant, zodat elke laag gelijkaardig zal zijn met de andere lagen. Het voordeel van deze aanpak is dat ook met kritische systemen kan worden gewerkt. Met deze scriptie kan in verschillende richtingen gewerkt worden.

3 Glueballs in QCD

Promotor: David Dudal

Info en begeleiding: Nele Vandersickel en David Dudal

Kwantumchromodynamica (QCD) is de theorie van de sterke interacties die de krachten tussen quarks en gluonen beschrijft. Deze theorie is asymptotisch vrij bij hoge energieën, i.e. de koppelingsconstante nadert naar nul. Perturbatietheorie is daarvoor uitermate geschikt om dit energiebereik te bestuderen. Daarentegen, bij lage energieën, bevinden we ons in een geheel ander scenario. De koppelingsconstante wordt almaar groter bij almaar lagere energieën en de deeltjes van QCD (quarks en gluonen) zijn confined, d.w.z. je zal nooit vrije quarks of gluonen kunnen detecteren, deze deeltjes komen immers enkel voor in “kleurloze” combinaties. Het is dan ook logisch dat in dit gebied perturbatietheorie geheel ontoereikbaar wordt en niet-perturbatieve effecten een belangrijke rol beginnen te spelen. Dus zover heeft echter niemand het mechanisme dat leidt tot confinement rigoreus kunnen bewijzen en is er een prijs van \$ 1 miljoen uitgelooft voor diegene die de oplossing van dit probleem kan geven (<http://www.claymath.org/millennium/>). Het is interessant om op te merken dat ook in pure QCD, i.e. de theorie zonder quarks, die enkel de dynamica van de gluonen beschrijft ook “confined” is bij lage energieën. Confinement is dus zeer nauw verbonden met de interactie tussen de gluonen. Het is daarom uitermate interessant objecten te bestuderen die enkel bestaan uit gluonen, daar deze objecten ons dichterbij zouden kunnen brengen bij het begrijpen van confinement. Deze objecten worden glueballs genoemd. Glueballs zijn momenteel een hot topic en heel regelmatig verschijnen er nieuwe publicaties hierover.

Tot dusver zijn er geen rechtstreekse experimentele bewijzen voor het bestaan van glueballs daar deze toestanden heel sterk mengen met andere toestanden die wel quarks bevatten (mesonen). Maar er zijn wel veel indirecte aanwijzingen dat deze deeltjes daadwerkelijk bestaan. Het bestaan van deze deeltjes zou een bekroning zijn van de juistheid van QCD en in de nabije toekomst zijn dan ook experimenten gepland die verder op zoek gaan naar deze deeltjes. We vermelden bijvoorbeeld ALICE, een deel van de LHC in CERN die onderzoek doet a.d.h.v. botsingen met zware ionen. Roostersimulaties daarentegen hebben wel reeds duidelijk het bestaan van glueballs aangetoond. De output van deze simulaties wordt dan ook gebruikt om vergelijkingen te maken met de theoretische modellen.

Het doel van deze thesis is om een studie te maken rond glueballs. Er kan bijvoorbeeld een overzicht gegeven worden van de verschillende theoretische modellen die glueballs beschrijven. Ook in onze onderzoeksgroep zijn we momenteel bezig met een theoretisch onderzoek naar glueballs, welke ook in de thesis kan gebruikt worden. Laten we tot slot nog vermelden dat dit onderwerp heel uitgebreid is, met veel mogelijkheden naargelang de interesse van de student.

4 Bosonizatie in 2D veldentheorieën

Promotor: David Dudal

Info en begeleiding: David Dudal en David Vercauteren

Over het algemeen wordt er vanuit gegaan dat de waarneembare wereld 4-dimensionaal is (1 tijds- en 3 ruimtedimensies), hoewel (super)stringgeïnspireerde theorieën hoofdzakelijk geïnteresseerd zijn in 10 en/of 11-dimensionale werelden, waarbij die extra dimensies al dan niet onnoemelijk klein of groot kunnen zijn. De 1-dimensionale string zelf snijdt een 2-dimensionaal werelblad uit in de grotere fysische ruimte, cfr. de 1-dimensionale wereldlijn uitgesneden door een 0-dimensionaal puntdeeltje, zoals gekend uit de (speciale) relativiteitstheorie.

Twee dimensies lijken dus ook interessant te zijn, en door de jaren heen is gebleken dat er veel interessante zaken optreden juist in 2-dimensionale veldentheorieën, zaken die ook van belang zijn voor de stringmensen. Hoewel de meeste van deze interessante eigenschappen vaak gebonden zijn aan 2 dimensies en niet altijd onmiddellijk uitbreidbaar dan wel toepasbaar zijn in andere dimensies, zijn ze zeker de moeite waard om eens bekeken te worden. In deze thesis zouden we een blik willen werpen op bosonizatie-aspecten. Sommige fermionische 2D veldentheorieën hebben de vreemde eigenschap dat ze door een niet-triviale transformatie van de fermionvelden kunnen omgezet worden in een bosonische veldentheorieën, waarbij dan ook nog de kwantumaspecten van het ene model equivalent zijn met semiklassieke aspecten van het andere model. Meerbepaald zijn de fermiondeeltjes het equivalent van klassieke veldenoplossingen (zogenaamde solitonen) in het bosonmodel. Er is dus een soort dualiteit (“omwisselingsequivalentie”) tussen de ene en andere formulering, waarbij de ene soms gemakkelijker is om mee te werken is dan de andere. Pionierswerk op de 2D bosonizatie werd gedaan door Coleman (via perturbatietheorie) en Mandelstam (via canonische operatorkwantizatie). Er bestaan ook padintegraalafleidingen van de bosonizatie, evenals een afleiding gebaseerd op het begrip dualiteit komende van de stringwereld. De padintegraalafleidingen zijn ook interessant voor 3D uitbreidingen van bosonizatie, van belang voor theoretische studies van supergeleiding.

De bedoeling van deze thesis is dan ook een samenhangende literatuurstudie te maken van verscheidene facetten van bosonizatie.

5 Gribov ijkkopieën en hun effecten in Yang-Mills ijktheorie

Promotor: David Dudal

Info en begeleiding: David Dudal en Nele Vandersickel

Yang-Mills theorie is een voorbeeld van een ijktheorie: een globale ($SU(N)$) symmetrie wordt lokaal gemaakt, i.e. de variatie onder de symmetrie mag van de plaats en tijd afhangen. Bij de kwantizatie van de ijktheorie duikt er in eerste instantie een probleem op door deze “enorme” ijk-invariantie: omdat er oneindig veel equivalente (i.e. verbonden door een $SU(N)$ transformatie) veldconfiguraties zijn, neemt men een oneindig aantal keer dezelfde actie mee. De oplossing lijkt simpel, men moet een voorwaarde opleggen waaraan de ijkvelden moeten voldoen, m.a.w. men moet een ijk kiezen waardoor er slechts 1 representant van de verzameling van de equivalente velden wordt opgepikt (denk aan b.v. de Lorentzvoorwaarde in Elektromagnetisme). Een veelgebruikte ijk is de zogenaamde Landau ijk, waarbij de ijkvelden transversaal zijn. In principe wordt er van uitgegaan dat eens een ijk gekozen, er slechts 1 ijkveld voldoet aan de ijkvoorwaarde. Gribov toonde echter aan dat er van een veld dat zich in de Landau ijk bevindt, er kopieën (i.e. equivalente ijkvelden) kunnen bestaan die zich ook in de Landau ijk bevinden. Hij probeerde dit probleem op te lossen door een bijkomende voorwaarde op te leggen aan de toegelaten ijkvelden. Deze aanpassing zorgt voor een ingrijpende verandering voor wat betreft het gedrag van de theorie in het infrarood gebied (= lage energiegebied), met mogelijke implicaties m.b.t. confinement. Dit laatste is één van de grote onopgeloste problemen in de fysica, en behelst de verklaring te vinden waarom quarks en gluonen niet vrij voorkomen in de natuur, maar steeds in combinaties, de zogenaamde hadronen (mesonen en baryonen) en glueballs (states die enkel gluonen bevatten).

Voor deze thesis kan de student zich eerst vertrouwd maken met het Gribovprobleem en de voorgestelde oplossing in de Landau ijk. Er zal ook enige tijd besteed worden aan het expliciet construeren van Gribovkopieën als illustratie. Dit gebeurt o.a. aan de hand van een techniek te danken aan Henyey. Voor dit eerste deel van een thesis is een uitgebreid overzichtsartikel ter beschikking. In een tweede deel kan de student(e) zich verdiepen in enkele recente ontwikkelingen betreffende het onderwerp. Een mogelijk onderwerp betreft een studie à la Gribov in de Maximaal Abelse ijk (MAG). Deze ijkkeuze is belangrijk in het kader van het duale supergeleidermechanisme voor Yang-Mills ijktheorien zoals QCD. In een vrij recent artikel werd Gribov's werk uitgebreid naar de MAG, en de bekomen resultaten daar zijn grosso modo in overstemming met kwalitatieve resultaten van numerieke simulaties van de MAG. Een andere interessante optie omhelst een studie van mogelijke bijkomende dynamische effecten voor de Gribov-Zwanziger actie. Deze actie laat toe op een consistente wijze orde per orde de ijkkopieën in rekening te brengen.

6 Aspecten van het quark-gluon plasma

Promotor: David Dudal

Info en begeleiding: David Vercauteren en David Dudal

Kwantumchromodynamica (QCD) is de theorie van de sterke interacties die de krachten tussen quarks en gluonen beschrijft. Deze theorie is asymptotisch vrij bij hoge energieën, i.e. de koppelingsconstante nadert naar nul. Perturbatietheorie is daarvoor uitermate geschikt om dit energiebereik te bestuderen. Daarentegen, bij lage energieën, bevinden we ons in een geheel ander scenario. De koppelingsconstante wordt almaar groter bij almaar lagere energieën en de deeltjes van QCD (quarks en gluonen) zijn confined, d.w.z. je zal nooit vrije quarks of gluonen kunnen detecteren, deze deeltjes komen immers enkel voor in “kleurloze” combinaties (confinement). Het is dan ook logisch dat in dit gebied perturbatietheorie geheel ontoereikbaar wordt en niet-perturbatieve effecten een belangrijke rol beginnen te spelen.

Wanneer QCD nu wordt opgewarmd, treedt er bij een voldoende hoge kritische temperatuur T_c deconfinement op, en komen we in de quark-gluon plasma (QGP) fase. Dit is een soort soep van (gescreende) kleurgeladen quarks en gluonen. Vermits T_c relatief klein is, is veel van de fysica rond T_c nog steeds niet-perturbatief, wat betekent dat veel waargenomen eigenschappen van het QGP nog op een verklaring wachten. De beschrijving in termen van een perturbatief gas van deeltjes faalt dus, eerder gedraagt het QGP zich als een ideale vloeistof. Het QGP wordt momenteel zeer druk bestudeerd, zowel theoretisch als experimenteel. Veel van de huidige experimentele kennis van het QGP is afkomstig van RHIC (Relativistic Heavy Ion Collisions), maar ook de experimenten van de LHC (Large Hadron Collider) zullen zich op het QGP richten.

Als specifiek onderzoekswerp vermelden we de studie bij eindige temperatuur van een bepaald dimensie 2 gluon condensaat, waarvoor in 2008 verrassende numerieke resultaten zijn gevonden, die een nauwe band laten vermoeden met het fasediagram van QCD en de dynamica van topologisch niet-triviale objecten (magnetische monopolen en vortices) die een belangrijke rol spelen in niet-perturbatieve QCD studies.

De bedoeling van de thesis is o.a. om na te gaan in hoeverre deze resultaten vanuit een analytisch/theoretisch standpunt begrepen kunnen worden. Dit zal gebeuren binnen het kader van in deze onderzoeksgroep ontwikkelde methoden om dergelijke $d = 2$ gluon condensaten te bestuderen, en hun uitbreiding naar het eindige temperatuur geval. Een onderdeel van deze thesis zal er dus uiteraard uit bestaan om zich in te werken in het formalisme van kwantumveldentheorie bij eindige temperatuur, inclusief bepaalde rekentechnieken.

Daarnaast laten we de student(e) in kwestie ook enigszins vrij om naar keuze bepaalde onderzoeksdeeldomeinen te verkennen, b.v. vloeistofdynamische aspecten van het QGP, enz.

7 Een holografische beschrijving van supergeleiding

Promotor: Henri Vershelde

Info en begeleiding: Dirk Teerlinck en Henri Vershelde

Dit is een hyperactueel onderwerp. Het bestaan van holografische supergeleiders werd ontdekt in begin 2008. Het is ook een onderwerp voor iemand die een beetje zijn nek durft uit te steken, want je moet natuurlijk eerst een pak basiskennis opdoen omtrent “strings and branes” en maar die basistheorie is op zichzelf zeer opwindend.

De AdS/CFT correspondentie legt een verband legt tussen een stringtheorie op een asymptotische anti-de Sitter ruimtetijd en een conforme veldentheorie op de rand van die ruimtetijd. Men heeft gevonden dat deze holografische correspondentie tussen een gravitatietheorie en een quantumveldentheorie kan uitgebreid worden om een beschrijving te geven van een aantal aantal fenomenen zoals het Halleffect en het Nernsteffect. In de voorgestelde thesis gaat het om de duale gravitatietheorie van supergeleiding.

Uit oogpunt van (D -dimensionale) veldentheorie is supergeleiding gekenmerkt door de condensatie van een geladen operator bij temperaturen onder een kritische temperatuur. In de $(D + 1)$ -dimensionale duale gravitatietheorie zou de overgang naar supergeleiding kunnen aanzien worden als een instabiliteit van een zwart gat in een anti-de Sitterruimte door storingen vanwege een geladen scalair veld. Die instabiliteit duikt op als de Hawking temperatuur gelijk is aan de kritische temperatuur. In de thesis wordt de relatie tussen beide gezichtspunten onderzocht.

8 Deconfinement fasetransitie en magnetische strings in een holografisch model van QCD

Promotor: Henri Verschelde

Info en begeleiding: Henri Verschelde

De Maldacena conjecture zegt dat $N = 4$ supersymmetrische Yang-Mills theorie voor een groot aantal kleuren equivalent is met een stringtheorie op een vijf-dimensionale anti-de Sitterruimte (AdS). Deze supersymmetrische Yang-Millstheorie is echter totaal verschillend van de ons welbekende QCD omdat ze bijvoorbeeld geen confinement vertoont. Een manier om supersymmetrie expliciet te breken is het invoeren van een eindige temperatuur die fermionen op een andere manier beïnvloedt dan bosonen en zo de symmetrie breekt. Witten heeft aangetoond dat men een eindige temperatuur kan invoeren door een zwart gat in de anti-de Sitterruimte te plaatsen dat wegens het Hawkingeffect voor straling en dus een temperatuur zorgt. Hij toonde aan dat er een fasetransitie is van confinement naar deconfinement die zich op het niveau van zwarte-gatenfysica manifesteert als een Hawking-Page-fasetransitie. Op het niveau van strings zijn er magnetische strings die $D2$ -branen zijn die zowel rond de vijfde dimensie als de tijdsdimensie gewrapt zijn. Boven de kritische temperatuur (deconfinementtemperatuur) T_c is de wrapping rond de vijfde dimensie stabiel en hebben de magnetische strings een eindige stringtension. Het zijn dus fysische vrijheidsgraden en worden in het gluon plasma (geen confinement) geproduceerd. Onder T_c is de wrapping rond de tijd stabiel en is de stringtension nul zodat de magnetische strings door het vacuüm percoleren (ze worden virtueel) en voor confinement zorgen. De fasetransitie tussen beiden is de Hawking-Page-fasetransitie voor zwarte gaten. Het is de bedoeling de productie van magnetische strings in het gluonplasma te beschrijven door middel van dit holografisch model. Zware-ionen experimenten (RHIC) tonen aan dat het gluon plasma een magnetische ideale vloeistof is. Het holografisch model met magnetische strings als topologische defecten bevestigt dit.

9 Dynamica van rotorfilamenten in de hartspier

Promotor: Henri Vershelde

Info en begeleiding: Hans Dierckx en Henri Vershelde

Richting: Master Fysica of Wiskundige Natuurkunde

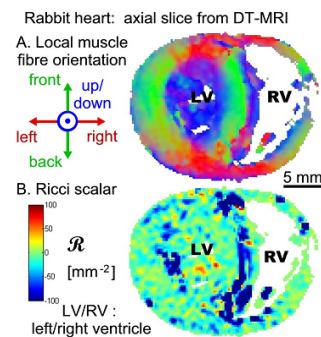
Trefwoorden: biofysica, hartritmestoornis, anisotrope media, algemene relativiteitstheorie

Probleemstelling

De hartspier gedraagt zich wat betreft elektrische voortplanting van golven als een anisotroop exciteerbaar medium. Onder bepaalde omstandigheden kunnen dergelijke activatiegolven blijven circuleren in het hart, waardoor de persoon in kwestie aan een chronische hartritmestoornis zal lijden. Binnen onze onderzoeksgroep werd een elegant theoretisch kader ontwikkeld om de stabiliteit van enkele types persistente hartritmestoornissen te analyseren, en hun evolutie te voorspellen. Het formalisme berust op twee pijlers, die hun oorsprong vinden in respectievelijk kosmische snaren en algemene relativiteit: a) Het filament: Experimenten leren dat de voortdurende elektrische activatie van het hart in een tweedimensionale doorsnede de vorm heeft van een spiraal die om zijn tip draait. In drie dimensies vormen de rotatiecentra van elk van de 2D spiraalgolven samen een curve, die we “filament” noemen. Nu blijkt dat de volledige dynamica van het golfpatroon volgt uit de initiële vorm van het filament en de eigenschappen van het medium. Voor de dynamica van dergelijke rotorfilamenten kunnen we een asymptotische reeks vooropstellen, die we ontleen aan kosmische snaartheorie. b) Anisotropie wordt gekromde ruimte: Het medium (de hartspier) is zelf sterk anisotroop door de aanwezigheid van spiervezels, langs waar excitatiegolven zich ongeveer driemaal sneller voortplanten vergeleken met de dwarsrichting. Door een operationele definitie van ruimtelijke afstanden te nemen (zie cursus relativiteit) wordt dit equivalent aan het invoeren van een metrische tensor g_{ij} die de inverse is van de diffusietensor D_{ij} . Hogere orde termen in de reeks uit (a), komen dan overeen met getijdekrachten in het hart, en kunnen uitgedrukt worden in functie van geometrische invarianten zoals kromming en torsie van het filament, en de Riemann tensor (en contracties) van de hartspier. Bijgevoegde figuur toont een via MRI-scans opgemeten realistische Ricci scalar voor een konijnenhart.

Doelstelling

Na een korte literatuurstudie waarin de student zich vertrouwd maakt met ons formalisme, kan hij of zij zelf mee de techniek helpen uitbouwen. Naar eigen keuze kan dit gebeuren aan de hand van numerieke simulaties op onze rekencluster (numerieke validatie) of het verzoenen van bestaande literatuur met onze technieken (toepassing). Gemotiveerde studenten die een voorsmaakje willen van echt onderzoek, kunnen zelfs actief bijdragen om extra effecten in te bouwen in de bestaande theorie (ontwikkeling).



10 Rechtstreekse beeldvorming van kliefvlakken in het hart met diffusie MRI

Promotor: Henri Verschelde

Info en begeleiding: Hans Dierckx en Henri Verschelde

Richting: Master Fysica of Wiskunde of Informatica

Trefwoorden: MR beeldvorming, diffusieprocessen, gelaagde media, hartstructuur, numerieke simulatie

Probleemstelling

Een goed begrip van de pompfunctie van het hart vereist uiteraard grondige anatomische kennis van het orgaan. Sinds de jaren negentig bestaat er een magnetische resonantie (MR) beeldvormingstechniek, genaamd DTI (diffusion tensor imaging), die met succes de lokale vezeloriëntatie niet-invasief kan opmeten. De gemeten data voor spiervezels kunnen vervolgens gebruikt worden om te implementeren in computationele hartmodellen. Immers, de lokale vezelrichting geeft meteen de hoofdas weer langs waar contractie plaatsvindt. Het hart is echter complexer dan dat, want er zijn ook afschuifvlakken aanwezig, die de totale schuifspanning in de hartspier dienen te verminderen. De orientatie van deze lagen kan eveneens met DTI worden nagegaan, op voorwaarde dat er in elk beeldpunt slechts 1 vezelrichting en 1 kliefvlak aanwezig is. In de praktijk echter toonden anatomische dissecties aan dat er in de centrale wand van linker- en rechterhartventrikel twee nagenoeg orthogonale populaties van dergelijke afschuifvlakken bestaan, wat DTI minder geschikt maakt voor beeldvorming. In de loop van 2009 stelden we zelf een techniek voor, genaamde “duale Q-ball imaging” (dQBI), die het mogelijk maakt de orientatie van verschillende populaties van kliefvlakken rechtstreeks te onderscheiden. Uit experimentele metingen weten we intussen dat de vernieuwde aanpak wel degelijk werkt, maar de huidige gebruikslimieten, verdere toepassingen en mogelijke alternatieven dienen nog te worden onderzocht. Het beeldvormingsproces zelf kan worden gesimuleerd aan de hand van random-walk diffusieprocessen, met celwanden en -membranen als obstakels. Voor eenvoudige geometrieën is het eveneens mogelijk een Greense functie op te stellen, en aan de hand hiervan de voor- en nadelen van de concurrerende technieken te vergelijken. Eventueel kan dieper worden ingegaan op nadelige effecten tijdens de MRI beeldvorming zelf, wat een mooie toepassing is van de interactie van elektromagnetische golven met een spinsysteem.

Doelstelling

dQBI werd ontwikkeld als het analogon van QBI (Q-ball imaging), dat gebruikt wordt om kruisende vezelbundels kan onderscheiden. Er bestaan echter nog andere hoge hoekresolutie MR protocols (DOT, CSD), die eventueel ook kunnen omgevormd worden om vlakken te bestuderen i.p.v. vezels. Aanvankelijk kan via random-walk simulaties van diffusieprocessen worden nagegaan welk alternatief het meeste potentieel heeft. Nadien zullen we werken op echte opgenomen scans met als doel onze voorspellingen te toetsen. Het uiteindelijke doel van deze studie is om met de ontwikkelde techniek ondersteunend materiaal te genereren dat kan gebruikt worden in debatten over de aard van de lagen-structuur in het hart.

11 Numerieke simulatie van front- en filamentdynamica in het hart

Promotor: Henri Verschelde

Info en begeleiding: Hans Dierckx en Henri Verschelde

Richting: Master Fysica of Toegepaste Wiskunde of Informatica

Trefwoorden: biofysica, hartritmestoornis, anisotrope media, dynamische systemen, numerieke simulatie

Probleemstelling

De hartspier gedraagt zich wat betreft elektrische voortplanting van golven als een anisotroop exciteerbaar medium. Onder bepaalde omstandigheden kunnen dergelijke activatiegolven blijven circuleren in het hart, waardoor de persoon in kwestie aan een chronische hartritmestoornis zal lijden. Binnen onze onderzoeksgroep werd een elegant theoretisch kader ontwikkeld om de stabiliteit van enkele types persistente hartritmestoornissen te analyseren, en hun evolutie te voorspellen. (zie onderwerp: Dynamica van rotorfilamenten in de hartspier) Tot op heden werden onze voorspellingen slechts getoetst aan andere analytische beschrijvingen uit de literatuur, terwijl sommige van onze bevindingen in staat zijn complexere situaties te beschrijven. Om het geldigheidsregime van onze techniek na te gaan, is het nuttig om het verloop van een hartritmestoornis op twee onafhankelijke wijzen numeriek te simuleren: a) via filamentdynamica b) via het oplossen op een rooster van de systeem-vergelijkingen. In beide gevallen kan een realistische hartgeometrie ingevoerd worden gebruik makende van bestaande MRI data.

Doelstelling

De student kan zich eerst via literatuurstudie vertrouwd maken met ons formalisme. Nadien kan hij of zij de bestaande infrastructuur (rekencluster, datasets, code) gebruiken om de evolutie van een aantal fysisch interessante beginsituaties zowel analytisch als numeriek te onderzoeken.