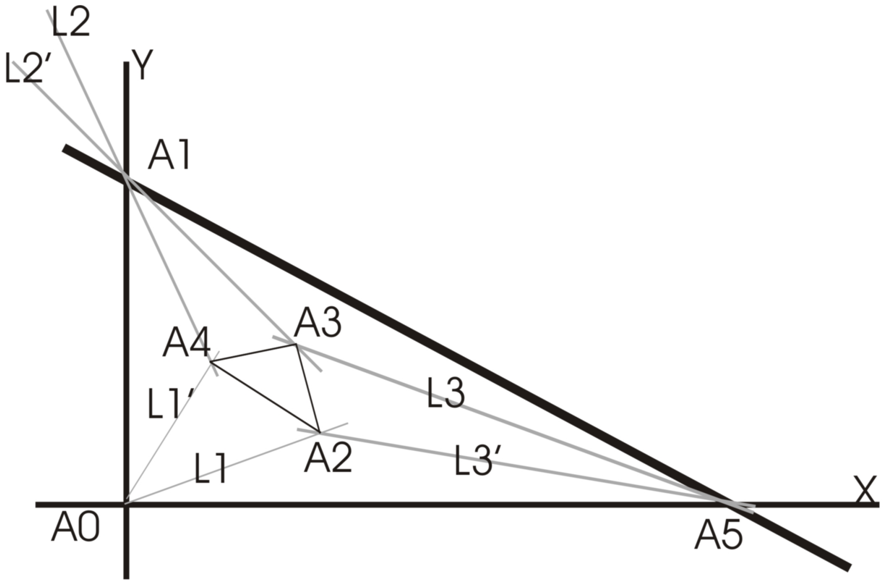

We leggen het assenstelsel natuurlijk volgens de twee loodrechte zijden van de driehoek en geven coördinaten:

$$A_0 = (0,0), A_1 = (0, y_1), A_2 = (x_2, y_2), A_3 = (x_3, y_3), A_4 = (x_4, y_4), A_5 = (1,0)$$

Het punt A_i' is steeds de projectie van A_i op X of Y, welke as op geprojecteerd wordt, blijkt uit de context.

(1) Eerst beschouwen we de rechte hoek
De eerste trissectrice van de rechte hoek heeft dan als vergelijking

$$L_1 \leftrightarrow y = \tan(30°)x = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

De tweede trissectrice heeft dan als vergelijking

$$L_1' \leftrightarrow y = \tan(60°)x = \sqrt{3}\ x$$

(2) Dan beschouwen we de hoek gevormd door de hypotenusa en de Y-as. De eerste bissectrice heeft als vergelijking (gebruik de tangens definitie in driehoek $A_1A_4A_4'$.)

$$L_2 \leftrightarrow y = \frac{x_4}{y_1 - y_4}x + y_1$$

De tweede bissectrice heeft als vergelijking (gebruik de tangens definitie in driehoek $A_1A_3A_3'$.)

$$L_2' \leftrightarrow y = \frac{x_3}{y_1 - y_3}x + y_1$$

(3) Dan beschouwen we de hoek gevormd door de hypotenusa en de X-as. De eerste bissectrice heeft als vergelijking (gebruik de tangens definitie in driehoek $A_5A_3A_3'$.)

$$L_3 \leftrightarrow y = \frac{y_3}{1 - x_3}x - \frac{y_3}{1 - x_3}$$

De tweede bissectrice heeft als vergelijking (gebruik de tangens definitie in driehoek $A_5A_2A_2'$.)

$$L_3' \leftrightarrow y = \frac{y_2}{1 - x_2}x - \frac{y_2}{1 - x_2}$$

Nu drukken we uit dat $A_2 = (x_2, y_2)$ het snijpunt is van L_1 en L_3':

$$\frac{\sqrt{3}}{3}\ x_2 = \frac{y_2}{1-x_2}x_2 - \frac{y_2}{1-x_2}$$

Dit vormen we om tot een polynoom:

$$\frac{\sqrt{3}}{3}\ x_2(1-x_2) = y_2x_2 - y_2$$

Voor Cocoa wordt dit

(1) $$\frac{a}{3}x_2 - x_2^2 - y_2x_2 + y_2 = 0$$

(2) $$a^2 - 3 = 0$$

omdat Cocoa niet kan werken met irrationale getallen.
Nu drukken we uit dat $A_3 = (x_3, y_3)$ het snijpunt is van L_3 en L_2':

$$\frac{x_3}{y_1 - y_3}x_3 + y_1 = \frac{y_3}{1-x_3}x_3 - \frac{y_3}{1-x_3}$$

Dit vormen we om tot een polynoom:

$$x_3^2(1-x_3) + y_1(1-x_3)(y_1-y_3)) = y_3x_3(y_1-y_3) - y_3(y_1-y_3)$$

Voor Cocoa:

(3) $$x_3^2(1-x_3) + y_1(1-x_3)(y_1-y_3)) - y_3x_3(y_1-y_3) + y_3(y_1-y_3) = 0$$

Nu drukken we uit dat $A_4 = (x_4, y_4)$ het snijpunt is van L_1' en L_2:

$$\sqrt{3}\ x_4 = \frac{x_4}{y_1 - y_4}x_4 + y_1 = 0$$

Voor Cocoa:

(4) $$ax_4(y_1-y_4) - x_4^2 - y_1(y_1-y_4)$$

Er is automatisch uitgedrukt dat L_1 en L_1' trissectrices zijn van de rechte hoek.
Om uit te drukken dat L_3 en L_3' trissectrices zijn gebruiken we de gekende formule

$$\tan(3x) = \frac{3\tan x - \tan^3 x}{1 - 3\tan^2 x}$$

en

$$\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$$

Voor de hoek ingesloten door de X-as en de hypotenusa geeft dit als resultaat:

$$y_1 = \frac{3\frac{y_2}{1-x_2} - \frac{y_2^3}{(1-x_2)^3}}{1 - 3\frac{y_2^2}{(1-x_2)^2}}$$

en

$$\frac{y_3}{1-x_3} = \frac{2\frac{y_2}{1-x_2}}{1 - \frac{y_2^2}{(1-x_2)^2}}$$

Enig vereenvoudigwerk:

$$y_1 = \frac{3y_2(1-x_2)^2 - y_2^3}{(1-x_2)^3 - 3y_2^2(1-x_2)}$$

en

$$\frac{y_3}{1-x_3} = \frac{2y_2(1-x_2)}{(1-x_2)^2 - y_2^2}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$y_1((1-x_2)^3 - 3y_2^2(1-x_2)) = 3y_2(1-x_2)^2 - y_2^3$$

en

$$(1-x_3)(2y_2(1-x_2)) = y_3((1-x_2)^2 - y_2^2)$$

De vergelijkingen voor Cocoa:

(5) $$y_1((1-x_2)^3 - 3y_2^2(1-x_2)) - 3y_2(1-x_2)^2 + y_2^3$$

en

(6) $$(1-x_3)(2y_2(1-x_2)) - y_3((1-x_2)^2 - y_2^2)$$

Voor de hoek ingesloten door de Y-as en de hypotenusa geeft dit als resultaat:

$$\frac{1}{y_1} = \frac{3\frac{x_4}{y_1-y_4} - \frac{x_4^3}{(y_1-y_4)^3}}{1 - 3\frac{x_4^2}{(y_1-y_4)^2}}$$

en

$$\frac{x_3}{y_1-y_3} = \frac{2\frac{x_4}{y_1-y_4}}{1 - \frac{x_4^2}{(y_1-y_4)^2}}$$

Enig vereenvoudigwerk:

$$\frac{1}{y_1} = \frac{3x_4(y_1-y_4)^2 - x_4^3}{(y_1-y_4)^3 - 3x_4^2(y_1-y_4)}$$

en

$$\frac{x_3}{y_1-y_3} = \frac{2x_4(y_1-y_4)}{(y_1-y_4)^2 - x_4^2}$$

en nog wat:

$$((y_1-y_4)^3 - 3x_4^2(y_1-y_4)) = y_1(3x_4(y_1-y_4)^2 - x_4^3)$$

en

$$x_3((y_1-y_4)^2 - x_4^2) = (y_1-y_3)(2x_4(y_1-y_4))$$

En ziedaar de laatste twee vergelijkingen voor Cocoa:

(7) $$((y_1-y_4)^3 - 3x_4^2(y_1-y_4)) - y_1(3x_4(y_1-y_4)^2 - x_4^3) = 0$$

en

(8) $$x_3((y_1-y_4)^2 - x_4^2) - (y_1-y_3)(2x_4(y_1-y_4)) = 0$$