

ToFoLo2 Project 3: Wiskunde

Benjamin De Leeuw

Departement Zuivere Wiskunde en Computer Algebra
Galglaan 2, B-9000 Gent
Benjamin.DeLeeuw@UGent.be
Gent University, Belgium

December 15, 2006

1 Inleiding

Dit project gaat over Hoare Calculus, zoals we deze hebben besproken in de oefeningenlessen. Er zijn twee opdrachten: twee Hoare Calculus bewijzen.

2 Oplossing

De oplossingen van *Oefening Hoare 1* en *Oefening Hoare 2* bedragen twee .pdf files met daarin het Hoare Calculus bewijs voor de respectieve oefeningen. Gebruik LaTeX¹ om de .pdf file te compileren. Beide bewijzen bestaat uit twee delen:

1. Een Hoare Calculus bewijs van het gestelde, waarbij alle precondities en postcondities van de programmaregels, in volgorde worden verbonden door Hoare Calculus regels. Vermeld bij elke stap de gebruikte regel (uit het op Minerva ter beschikking gestelde document “Hoare Calculus en Natuurlijke Deductie”, Hoare.pdf). Implicatiebewijzen worden genummerd, maar hier niet bewezen (zie 2.).
2. De bewijzen van de genummerde implicatieregels (uit 1.). De gehanteerde stijl voor deze bewijzen is bij voorkeur de natuurlijke deductiestijl van Fitch. Eventueel mag ook een calculatiele stijl (waarbij zinnen of termen met respectievelijk equivalenties of gelijkheid aan elkaar worden gekoppeld tot een bewijs, zie ToFoLo1) van bewijzen gebruikt worden. Wees steeds zo duidelijk mogelijk. Indien het bewijs onverstaanbaar of onduidelijk is, zullen geen punten worden toegekend voor dit deel van de oefening.

Zip beide files in een bestand met als naam *GroepXX_P3.zip*, met *XX* uw groepsnummer op *Minerva*. Indienen gebeurt via de *Dropbox* van *Minerva*.

3 Opgaven

3.1 Oefening Hoare 1

- Een specificatie van een functie $n!$:

¹Voor de installatie en het gebruik van LaTeX, verwijzen we naar de website <http://www.latex-project.org/>.

$$1! = 1$$

$$k! = (k-1)! \cdot k$$

- Volgende programma implementeert deze functie, bewijs deze claim in Hoare Calculus:

```

natural faculteit(natural n)
{
  natural fac := 1;
  natural count := n;
  while(count > 0)
  {
    fac := fac * count;
    count := count - 1;
  }
  return fac;
}

```

Zoek een invariant voor de while lus (inspiratie kan gevonden worden in de voorbeelden uit de oefeningenles van 06-12-2006). Zet het programma om naar de taal, zoals gehanteerd in het document “Hoare Calculus en Natuurlijke Deductie”, Hoare.pdf, en bewijs dat de postconditie van het programma $\{fac = n!\}$ bedraagt, onder preconditionie $\{n > 0\}$.

3.2 Oefening Hoare 2

- Euclidisch delingsaxioma: $\forall n, p \bullet \exists q, r \bullet n = pq + r \wedge r < p$
- Een functie $gcd(n_1, n_2)$ geeft x terug als x de grootste gemene deler is van n_1 en n_2 .
- Volgende programma implementeert de functie gcd , bewijs deze claim in Hoare Calculus:

```

natural gcd(natural n1, natural n2)
{
  while(n1 ≠ n2)
  {
    if(n1 > n2)
    {
      n1 := n1 - n2;
    }
    else
    {
      n2 := n2 - n1;
    }
  }
  g := n1;
  return g;
}

```

Zoek een invariant voor de while lus. Zet het programma om naar de taal, zoals gehanteerd in het document “Hoare Calculus en Natuurlijke Deductie”, Hoare.pdf, en bewijs dat de postconditie

van het programma $\{g = \gcd(n_1, n_2)\}$ bedraagt, onder preconditionie $\{n_1 > 0 \wedge n_2 > 0\}$. Geef voldoende uitleg bij de implicatiebewijzen!

Veel succes!