

Oefeningen Formele Talen en Automaten

Benjamin De Leeuw

20 oktober 2005

Opmerking: Verwijzingen bij deze oefeningen betreffen het boek “An introduction to formal languages and automata, third edition” van Peter Linz.

1. Toon volgende eigenschappen uit de verzamelingenleer aan, gebruikmakend van natuurlijke inductie indien nodig : *Oefeningen 1,7 en 10 blz.12-13.*

- $|2^S| = 2^{|S|}$ met $|S| = n$
- $S_1 \cup S_2 = \overline{\overline{S_1} \cap \overline{S_2}}$
- $S_1 \times (S_2 \cup S_3) = (S_1 \times S_2) \cup (S_1 \times S_3)$

2. Zij $G = (V, E)$ een graf. Bewijs volgende eigenschap. Indien er een wandeling bestaat tussen $v_i \in V$ en $v_j \in V$, dan bestaat er een pad van lengte ten hoogste $|V| - 1$ tussen deze twee toppen. *Oefening 21 blz.14.*

3. het *omgekeerde* van een woord kan formeel gedefinieerd worden door:

$$\begin{aligned} a^R &= a \\ (wa)^R &= aw^R \end{aligned}$$

voor alle $a \in \Sigma$, $w \in \Sigma^*$. Gebruik dit om aan te tonen dat

$$(uv)^R = v^R u^R$$

en

$$(w^R)^R = w$$

voor alle $u, v, w \in \Sigma^+$. *Oefening 2 en 3 blz.26.*

4. Bestaan er talen L die voldoen aan $\overline{L^*} = \overline{L}^*$? *Oefening 6 blz.26.*

5. Vind grammatica's voor $\Sigma = \{a, b\}$ die volgende talen genereren:

- alle zinnen met exact één a ;
- alle zinnen met ten minste één a ;
- alle zinnen met ten hoogste drie a 's.
- alle zinnen met ten minste 3 a 's.

Oefening 10 blz.27.

6. Zij $n_a(w)$ het aantal keren dat het symbool a in de zin w voorkomt. Vind grammatica's die volgende talen over $\Sigma = \{a, b\}$ genereren:

- $L = \{w : n_a(w) = n_b(w)\}$;
- $L = \{w : n_a(w) = n_b(w) + 1\}$.

7. Welke taal wordt door de grammatica met volgende productieregels gegenereerd?

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Aa, \\ A &\rightarrow B, \\ B &\rightarrow Aa. \end{aligned}$$

Oefening 12 blz.27.

8. Voor $\Sigma = a, b$, construeer edh's die de volgende verzamelingen aanvaarden:

- (a) alle zinnen met exact één a ,
- (b) alle zinnen met ten minste één a ,
- (c) alle zinnen met ten hoogste drie a 's,
- (d) alle zinnen met ten minste één a en exact twee b 's,
- (e) alle zinnen met exact twee a 's en niet meer dan twee b 's.

Construeer telkens je automaat in JFLAP en test enkele zinnen. *Oefening 2 blz.45.*

9. Een *run* in een zin is een deelzin van lengte ten minste twee, zo groot mogelijk, die is opgebouwd door opeenvolgende concatenaaties van hetzelfde symbool. Vind een edh voor volgende taal over $\{a, b\}$:

$$L = \{w|w \text{ bevat geen runs van lengte kleiner dan vier}\}.$$

Construeer je automaat in JFLAP en test enkele zinnen. *Oefening 8a blz.46.*