

Van Einstein is het gezegde afkomstig *God bekommert zich niet om onze wiskundige moeilijkheden; Hij integreert empirisch*. Dat laatste schijnt Einstein zelf ook geprobeerd te hebben, zij het met minder succes dan de Schepper. In 1917 bekritiseert hij in een brief aan de Leidse sterrenkundige Willem de Sitter¹ diens heelalmodel met als argument dat het op eindige afstand een singulariteit bevat, en wel omdat

$$(1) \quad \int_0^{\frac{1}{c\sqrt{\mu}}} \frac{c dt}{1 - \mu c^2 t^2} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\pi}{2}.$$

Hierin zijn c en μ positieve constanten. De integraal in (1) is een z.g. *oneigenlijke* integraal, omdat de bovengrens een nulpunt is van de noemer van het integrandum. Men moet (1) dus opvatten als

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_0^{\frac{1}{c\sqrt{\mu}} - \varepsilon} \frac{c dt}{1 - \mu c^2 t^2}.$$

De berekening is niet meer dan een oefening in elementair integreren; wat eruit komt is niet het eindig getal dat Einstein in (1) geeft, maar $+\infty$. De Sitter heeft Einsteins formule (1) inderdaad in potlood doorstreept met de verbetering ‘ ∞ ’ erbij.

Nu is

$$\int_0^{\frac{1}{c\sqrt{\mu}}} \frac{c dt}{\sqrt{1 - \mu c^2 t^2}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[\arcsin \sqrt{\mu} ct \right]_0^{1/(c\sqrt{\mu})} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\pi}{2},$$

wat Einsteins foute antwoord op de integraal in (1) is. Is hij in zijn brief misschien gewoon de wortelvorm vergeten te schrijven? Helaas voor hem, dat is niet het geval. De integraal waarover hij met de Sitter uitvoerig discussieerde was wel degelijk die zonder wortelvorm. In [3, blz. 24] vindt men de integraal terug, met zijn fysische betekenis, en met commentaar over de briefwisseling die errond gevoerd is. Het lijkt er dus sterk op dat Einstein dacht dat

$$\int \frac{dx}{1 - x^2} = \arcsin x + C.$$

Dat is eens een andere ‘formule van Einstein’ dan het afgezaagde $E = mc^2$.

REFERENTIES

- [1] F.D. Kahn en C. Kahn, De ontdekking van het heelal. Brieven van Einstein aan de Leidse astronoom De Sitter, *Natuur en Techniek* **43** nr 5 (mei 1975), 274-287.
- [2] F.D. Kahn and C. Kahn, Letters from Einstein to De Sitter on the nature of the Universe, *Nature* **257**(1975), 451-454.
- [3] S. Röhle, *Mathematische Probleme in der Einstein - de Sitter Kontroverse*, (<http://www.mpiwg-berlin.mpg.de/en/forschung/Preprints/P210.PDF>)

¹Gereproduceerd in [1, blz. 284]. De Engelse versie [2] bevat de reproductie niet.