

Grafen: overzicht begrippen

Grafen, knopen en bogen

Een **graaf** G is een koppel (V, E) , waarbij V een niet-lege verzameling is bestaande uit **knopen** en E een verzameling bestaande uit paren (of doubletons) van knopen uit V .

De elementen van E noemen we **bogen**.

We noemen het aantal knopen in een graaf G of dus het aantal elementen van de verzameling V de **orde** van de graaf G .

Het aantal bogen of dus het aantal elementen van E is de **grootte** van de graaf G .

Soorten grafen

In een **enkelvoudige graaf** worden elke twee knopen met elkaar verbonden door hoogstens één boog.

Zijn er knopen die door meer dan één boog met elkaar verbonden worden, dan spreekt men van een **multigraaf**.

Een **gerichte boog** van een graaf is een boog met een specifieke begin- en eindknoop.

Een **gerichte graaf** is een graaf waarvan alle bogen gerichte bogen zijn.

Een **gewogen graaf** is een graaf waarbij aan elke boog b een getal $g(b)$ gehecht is, dat het **gewicht** van de boog genoemd wordt.

Het **gewicht** $g(G)$ van de graaf G is de som van de gewichten van alle bogen van G .

Een graaf noemen we **planair** als ze visueel voorgesteld kan worden zonder dat bogen elkaar snijden (buiten in een knoop). Die voorstelling noemen we de **vlakke voorstelling** van de graaf.

Een **tweedelingsgraaf** of **bipartiete graaf** is een graaf waarbij de knopen zijn verdeeld in twee groepen zodanig dat elke boog van de graaf een knoop van de ene groep verbindt met een knoop van de andere groep. Er mogen geen bogen zijn tussen knopen van eenzelfde groep.

Graad van een knoop en naburige knopen

Het aantal bogen dat in een knoop vertrekt (of aankomt) noemen we de **graad** van de knoop.

Naburige (of adjacent) knopen zijn twee knopen die verbonden zijn door een boog.

Knopenkleuring

Bij een **knopenkleuring** met k kleuren krijgt elke knoop een kleur (uit k keuzes) zodat naburige knopen een verschillende kleur hebben.

Het **chromatisch getal** $\chi(G)$ van een graaf G is gelijk aan het laagst aantal kleuren waarvoor er een knopenkleuring bestaat.

Wandelingen, sporen en paden

Een **wandeling** door een graaf is een rij van aaneensluitende bogen, d.w.z. twee opeenvolgende bogen hebben steeds een uiteinde gemeen.

Een graaf is **samenhangend** als er voor elk paar knopen een wandeling van de ene knoop naar de andere bestaat, m.a.w. als elke knoop bereikbaar is vanuit elke andere knoop.

Bijzondere wandelingen: zie volgende pagina.

Lengte en afstand

De **lengte** van een pad is het aantal bogen in dit pad.

Een **kortste pad** tussen knopen v_1 en v_2 is een pad met v_1 en v_2 als respectievelijke begin- en eindknoop dat bestaat uit een minimaal aantal bogen.

De **afstand** tussen knopen v_1 en v_2 is de lengte van een kortste pad tussen v_1 en v_2 .

Een **kortste pad** tussen knopen v_1 en v_2 in een **gewogen graaf** is een pad waarvan de som van de gewichten van de bogen minimaal is.

Bomen, (minimaal) opspannende bomen

Een **boom** is een samenhangende graaf die geen cycli omvat.

Een **opspannende boom** van G is een deelgraaf G' dat alle knopen van G bevat en een boom is, dus geen cycli bevat.

Een **minimaal opspannende boom** G' is een opspannende boom van een gewogen graaf G met minimaal gewicht.

