

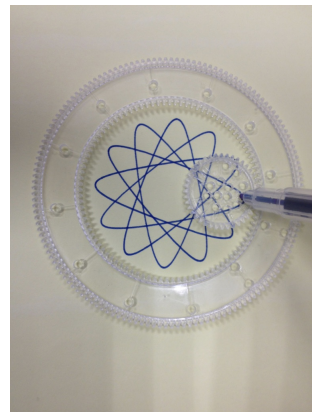
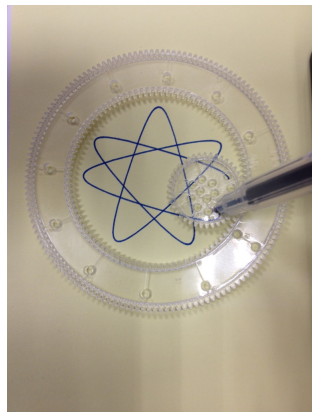
# Rollen zonder glijden

## opdracht 1

### Hypotrochoïden

Een punt op een cirkel die rond de binnenrand van een andere cirkel draait zonder glijden, beschrijft een **hypotrochoïde**.

Dergelijke krommen kunnen worden getekend met een **spirograaf**. Een spirograaf is een tekeninstrument dat wordt gebruikt om geometrische patronen te tekenen. Het bestaat uit een set ronde schijven met tandwielen en eventueel een aantal andere voorwerpen, zoals ringen, driehoeken, latten, ... ook voorzien van tandwielen. De ronde schijven kunnen met behulp van de tandwielen rollen zonder glijden binnen of buiten andere ringen of andere voorwerpen. In de rollende schijven bevinden zich verschillende gaatjes waardoor een potlood of pen kan worden gestoken. Door de stralen van de schijven en de positie van het potlood d.m.v. de gaatjes te variëren kunnen tal van patronen worden getekend.



## Werking spirograaf simuleren met Geogebra

Construeren van hypotrochoiden kan ook met Geogebra: *hypotrochoïde.ggb*. Door de waarde voor  $\hat{\theta}$  te veranderen m.b.v. de schuifknop, draait een cirkel zonder glijden rond binnen een grotere cirkel. Het spoor van een punt  $P$  op de bewegende cirkel wordt getekend. Met schuifknoppen kunnen de waarden voor de stralen van de cirkels, alsook de plaats van het punt  $P$  t.o.v. de ronddraaiende cirkel veranderd worden.

Door de meetkundige plaats van het punt  $P$  te laten tekenen door Geogebra, wordt de kromme getoond (aanvinkvakje). Het spoor van het punt  $P$  verdwijnt door het beeld te vernieuwen.

We noemen

- de vaste cirkel het circuit,
- de bewegende cirkel het draaiwiel,
- $R$  de straal van het circuit,
- $r$  de straal van het draaiwiel,
- $A$  de omtrek van het circuit,
- $a$  de omtrek van het draaiwiel,
- $\theta$  de rotatiehoek, uitgedrukt in radialen, van het draaiwiel t.o.v. de beginstand,
- $p$  de afstand van het punt  $P$  tot  $M$ , het middelpunt van het draaiwiel.

## Opdracht

### Definities

- **Toppen** zijn punten van de kromme waarvoor de afstand tot het middelpunt van het circuit het grootst is.
- Het draaiwiel heeft één **toer** gemaakt als het contactpunt van het draaiwiel en het circuit voor het eerst weer op dezelfde plaats is als in het begin en daar in dezelfde richting beweegt.

### Opgave

Teken met Geogebra enkel verschillende hypotrochoiden door  $R$  en  $r$  te variëren. Kies voor  $p$  een waarde kleiner dan  $r$ .

Zoek een verband tussen de omtrekken van het draaiwiel  $A$  en het circuit  $a$  met het aantal toppen  $T$  van de kromme en het aantal toeren  $t$  dat er nodig zijn totdat de kromme sluit.