OEFENING OVER EINDIGE DIFFERENTIEMETHODE

Oefening

Beschouw het volgende randwaardeprobleem

$$-\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{u}(x)\right)+\mathrm{p}(x)\left(\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{u}(x)\right)+\mathrm{q}(x)\,\mathrm{u}(x)=\mathrm{f}(x)$$

$$u'(a) = A(a)u(a) + B(a)$$

$$u'(b) = A(b)u(b) + B(b)\,.$$

Vind een benadering via de eindige differentiemethode. Verdeel het interval [a,b] in gelijke deelintervallen m.b.v. de equidistante roosterpunten $x_k = a + k\,h$, waarbij $k = 0, 1, \ldots, N$, en $h = \frac{b-a}{N}$. Een benadering u_k, van $\mathrm{u}(x_k)$ wordt gezocht voor $k = 0, 1, \ldots, N$. Gebruik centrale differenties

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}u\right)\Bigg|_{x=x_k}=\frac{u_{k+1}-u_{k-1}}{2\,h}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}u\right)\Bigg|_{x=x_k}=\frac{u_{k+1}-2\,u_k+u_{k-1}}{h^2}$$

voor de benadering van de afgeleiden in het randwaardeprobleem.

Gegevens:
a:=0;
b:=1;
p(x):=1/10;
q(x):=1+x;
A(x):=5+x;

exacte oplossing *u(x)*
u(x):=x->x*sin(Pi*x);

Oplossing