

Supplementaire Opgaven "INLEIDING TOT DE EINDIGE-DIFFERENTIEMETHODEN"

OPGAVE 2: ANTWOORD

DEEL(a) De gevraagde motivatie berust op de *symmetrie*

- De exacte oplossing van het RWP is symmetrisch t.o.v. de 1e bissectrice (kortweg "as d ")
 - d is een as van symmetrie voor $\bar{\Omega}$
 - de DV blijft invariant voor een spiegeling t.o.v. d .
 - de RCs blijven invariant voor een spiegeling t.o.v. d .
- De roosterpunten 4 en 7 liggen symmetrisch t.o.v. d .
- Voor de discretisatie van de DV in die roosterpunten wordt een gelijkaardige (gewijzigde) rekenmolecule voor Δ gehanteerd.

DEEL(b) Eindige differentiestelsel voor u_4 en u_7 .

- Discretisatie van DV in intern roosterpunt 5 (regulier punt) [$h = k = \frac{3}{2}$, $x_5 = y_5 = \frac{3}{2}$] :

$$-\frac{1}{h^2}(u_4 + 0 + 0 + \underset{u_4}{\overset{\parallel}{u_7}} - 2u_5) = f(x_5, y_5) \quad (1)$$

- Discretisatie van DV in roosterpunt 4 (irregulier punt)[$x_4 = 1, 5$ en $y_4 = 3$] :

$$-\frac{2}{h^2} \left(0 + \frac{\overset{a}{\parallel} u_{E'}}{a(1+a)} - \frac{u_4}{a} \right) - \frac{2}{h^2} \left(0 + \frac{u_5}{1+b} - \frac{u_4}{b} \right) = f(x_4, y_4), \quad (2)$$

met

$$\begin{aligned} a &= \frac{|PE'|}{h} = \frac{x_{E'} - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}\sqrt{7} - 1 < 1, \\ b &= \frac{|PN'|}{h} = \frac{y_{N'} - 3}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{55}}{3} - 2 < 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Het gevraagde stelsel bestaat uit (1)-(2), met a en b gegeven door (3).